

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO

STATISTIKA

2. KOLOKVIJ

19. JANUAR 2004

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_ VPISNA ŠT: 

--	--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, na razpolago pa imate 90 minut.

Naloga	a.	b.	
1.			
2.			
3.			
4.			
Skupaj			

1. (25) Iz množice  $\{1, 2, \dots, n\}$  ( $n \geq 3$ ) naključno izberemo tri števila. Vsaka podmnožica treh števil naj bo enako verjetna. Označimo najmanjše od izbranih treh števil z  $X$ , srednje z  $Y$  in največje z  $Z$ .

a. (10) Izračunajte  $P(X = k)$  za  $k = 1, 2, \dots, n - 2$ .

b. (15) Izračunajte  $P(Y = k)$  za  $k = 2, 3, \dots, n - 1$ .

2. (25) Kovanec mečemo, dokler ne dobimo ali  $m$  grbov ali  $m$  števil, kjer je  $m > 1$  dano celo število. Označite z  $X$  število potrebnih metov. Privzemamo, da so meti med sabo neodvisni in je verjetnost za grb enaka verjetnosti za številko, torej  $1/2$ .

a. (10) Izračunajte  $P(X = k)$  za vse  $k = m, m + 1, \dots, 2m - 1$ .

b. (15) Izračunajte  $E(X)$ .

*Namig: Upoštevajte, da je*

$$\sum_{k=m}^{2m-1} P(X = k) = 1$$

*za vsak  $m$ , torej tudi za  $m + 1$ . Preverite, da je*

$$k \binom{k-1}{m-1} = m \binom{k}{m}.$$

**3.** (25) Na voljo vam je naslednja igra na srečo. Stavite \$ 1 na neko število, ki lahko pade na pošteni igralni kocki. Nato vržete 4 poštene kocke. Če se vaše stavljeno število ne pojavi na nobeni kocki, izgubite stavo, v nasprotnem primeru dobite toliko dolarjev, kolikor kock je padlo s to vrednostjo. Naj bo  $X$  dobiček ob koncu te igre.

- a. (10) Določite porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$ .
- b. (15) Izračunajte pričakovani dobiček  $E(X)$  ter varianco  $\text{var}(X)$  v tej igri.

4. (25) Naj bosta  $n$  in  $k$  dani števili z  $n > k > 1$ . V genetiki nastopi naslednji problem: V dve vzporedni vrsti napišemo  $2n$  znakov, tako da je v vsaki vrsti  $n$  znakov. Znake povsem naključno izbiramo med črkama A,C,T in G, tako da so izbire neodvisne, vsak znak pa bo izbran z verjetnostjo  $1/4$ . Prvimo, da imamo ujemanje na segmentu od  $i$  do  $i+k$ , kjer je  $i = 1, 2, \dots, n-k$ , če so na pozicijah  $i, i+1, \dots, i+k$  v prvi in drugi vrsti enaki znaki.

- a. (10) Izračunajte verjetnost ujemanja na segmentu od  $i$  do  $i+k$ .
- b. (15) Naj bo  $X$  število segmentov, kjer imamo ujemanje. Segmentov dolžine  $k$  je  $n-k$ . Izračunajte  $E(X)$ .