

2. kolokvij iz statistike

Praktična matematika

31. januar 2007

1. (25) V posodi je n belih in n rdečih kroglic. Kroglice izbiramo naključno po vrsti brez vračanja, dokler ne izberemo ali n belih ali n rdečih kroglic. Označimo število potrebnih izbiranj z X .
 - a. (15) Poiščite verjetnost $P(X \leq k)$ za $k = n, n + 1, \dots, 2n - 1$.
 - b. (10) Poiščite porazdelitev slučajne spremenljivke X .
2. (25) Igralci A , B in C igrajo naslednjo igro: v posodi je a belih in b črnih kroglic. Igralci izbirajo kroglice naključno z vračanjem v vrstnem redu $ABCABC \dots$ ¹ Zmaga tisti igralec, ki prvi izbere belo kroglico.
 - a. (15) Recimo, da je se začne nova "runda" vsakič, ko izbira A . Naj bo Y število rund, ki jih bodo igrali igralci, dokler nekdo od njih ne zmaga. Primer: če je bilo $ABCABCAB$ in je B prvi potegnil belo kroglico, je zmagal B v tretji rundi. Opišite porazdelitev Y .
Namig: $(1 - q)(1 + q + q^2) = 1 - q^3$.
 - b. (10) Izračunajte verjetnosti za zmago za posamezne igralce.
3. (25) Na voljo vam je naslednja igra na srečo. Stavite \$ 1 na neko število, ki lahko pade na pošteni igralni kocki. Nato vržete 4 poštene kocke. Če se vaše stavljeno število ne pojavi na nobeni kocki, izgubite stavo, v nasprotnem primeru dobite toliko dolarjev, kolikor kock je padlo s to vrednostjo. Naj bo X dobiček ob koncu te igre.
 - a. (10) Določite porazdelitev slučajne spremenljivke X .
 - b. (15) Izračunajte pričakovani dobiček $E(X)$ ter varianco $\text{var}(X)$ v tej igri.
4. (25) V nekem bloku živi n poročenih parov. V času zimskih obolenj naključno zbolijo m ljudi tega bloka ne glede na starost ali spol, pri čemer je $m \leq 2n$.
 - a. (10) V bloku živita tudi zakonca Zupan. Določi verjetnost, da sta oba zakonca zdrava.
 - b. (15) Z X označimo slučajno spremenljivko, ki nam pove število parov, v katerih sta obe osebi zdravi. Določi matematično upanje slučajne spremenljivke X .

¹Problem iz knjige Christian Huygens *De Raciociniis in Ludo Aleae*, 1657. Christian Huygens (1629-1695), nizozemski matematik.