

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO  
ODDELEK ZA MATEMATIKO IN MEHANIKO, PRAKTIČNA MATEMATIKA  
STATISTIKA  
4. KOLOKVIJ  
24. MAJ 2001

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_ VPISNA ŠT: 

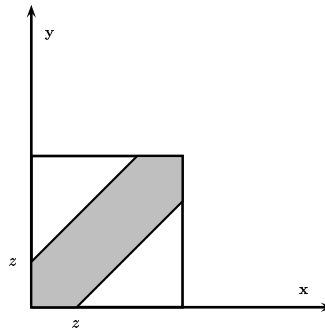
--	--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, na razpolago pa imate 90 minut.

Naloga	a.	b.	
1.			
2.			
3.			
4.			
Skupaj			

1. (30) Na kvadratu s stranico  $a = 1$  naključno izberemo točko. Označimo z  $X$  in  $Y$  koordinati izbrane točke in definirajmo  $Z = |X - Y|$ .



Sl. 1 Množica točk, za katere je  $|x - y| \leq z$ .

- a. (15) Poiščite gostoto slučajne spremenljivke  $Z$ .

*Namig: Množica točk na kvadratu, za katere je  $|x - y| \leq z$  za nek  $z \in (0, 1)$  je take oblike kot osenčena množica na sliki 1.*

- b. (15) Najdite  $E(Z)$ ,  $\text{var}(Z)$  in tak  $z$ , da bo  $P(Z \leq z) = P(Z \geq z)$ .

2. (30) Za  $k = 0, 1, \dots$  ter nenegativni števili  $a$  in  $b$  naj bodo dane vrednosti

$$p_k := \frac{a^{k-1}}{b^{\frac{k}{2}}}.$$

- a. (15) Določi zvezo med številoma  $a$  in  $b$ , da bodo števila  $p_k$  predstavljala verjetnosti  $P(X = k)$  neke slučajne spremenljivke  $X$ . Izrazi verjetnosti  $p_k$  le s parametrom  $a$ .
- b. (15) Določi rodovno funkcijo  $G_X(s)$  te slučajne spremenljivke, upanje  $E(X)$  in varianco  $\text{var}(X)$ .

3. (25) Naj bo dan proces razvejanja  $Z_0, Z_1, \dots$  z rodovno funkcijo

$$G(s) = \frac{1}{(2-s)^2}.$$

a. (15) Izračunajte verjetnost, da bo že 3. generacija brez predstavnikov?

b. (10) Pokažite, da ta rodbina izumre z verjetnostjo  $\eta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .

4. (25) Ponujena vam je naslednja igra na srečo: iz škatle, v kateri je veliko število listkov s števili, lahko naključno izberete 1000 listkov z vračanjem. Če je vsota izbranih števil med vključno  $a$  in  $a + 100$ , dobite stavo, sicer jo izgubite. Število  $a$  si lahko še izberete. O škatli veste le to, da je povprečje 0,1 in standardni odklon 1,5811.

a. (15) Kolikšna je približno verjetnost, da boste stavo dobili, če si izberete  $a = 0$ ? Stavo torej dobite, če je vsota med 0 in 100.

b. (10) Katera izbira za  $a$  je za vas najugodnejša? Utemeljite in izračunajte verjetnost za dobiček za izbrani  $a$ .