

**Vaje 6. Odvod 2****Parametrično odvajanje**

1. Določi krivuljo, ki jo opisuje sistem enačb

a)  $x = 2t - 1, y = t + 1, 0 \leq t \leq 2$

b)  $x = 2t^3 + 1, y = t^3 + 2, -1 \leq t \leq 1$

c)  $x = \cos t, y = \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$

2. Določi  $\frac{dy}{dx}$  kot funkcijo parametra  $t$ , če sta  $x$  in  $y$  dana

a)  $x = 4t^2 - 1, y = 2t + 1$

b)  $x = \frac{2}{\sin t}, y = \tan t$

c)  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, y = \frac{2t}{1+t^2}$

d)  $x = t + \frac{1}{t}, y = t - \frac{1}{t}$

3. Določi  $\frac{dy}{dx}$  in  $\frac{d^2y}{dx^2}$  kot funkcijo parametra  $t$ , če sta  $x$  in  $y$  dana

a)  $x = \cos t^2, y = \sin t^2$

b)  $x = \cos(2t), y = \sin t$

c)  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, y = \frac{2t}{1+t^2}$

d)  $x = t + \frac{1}{t}, y = t - \frac{1}{t}$

**Linearna aproksimacija**

1. Približno izračunaj

a)  $\sqrt{8}$

b)  $\sqrt{99}$

c)  $\sqrt[3]{30}$

d)  $(0.102)^{-1}$

e)  $\tan^{-1}(0.98)$

f)  $\sin 32^\circ$

2. Določi linearno približek dane funkcije v okolici dane točke

a)  $\cos x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

b)  $x^3 + \ln x, x_0 = 1$

c)  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, x_0 = 4$

d)  $e^{x+1} + x^5 + 1, x_0 = 0$

e)  $\frac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}, x_0 = 0$

f)  $e^{x^2} \sin(2x), x_0 = 0$

g)  $\frac{e^x}{1-x}, x_0 = 0$

h)  $\frac{\ln(1+x)}{xe^x}, x_0 = 0$

i)  $x \ln x, x_0 = 1$

## Risanje funkcij

1. Določi stacionarne točke naslednjih funkcij

a)  $y = 2x^2 - 7x + 4$                       b)  $y = x + \frac{4}{x}$                       c)  $x\sqrt{x+3}$   
 d)  $y = \frac{x}{1+x^2}$                                   e)  $y = xe^{-x}$                       f)

2. Določi limito dane funkcij ko gre  $x \rightarrow \pm\infty$

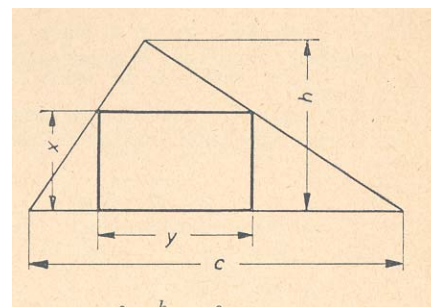
a)  $y = \frac{2}{x}$     b)  $y = \frac{3}{x^2+3}$                       c)  $y = \frac{x+1}{2x-1}$   
 d)  $y = \sqrt{x^2+2x} - x$                       e)    f)

## Optimizacija

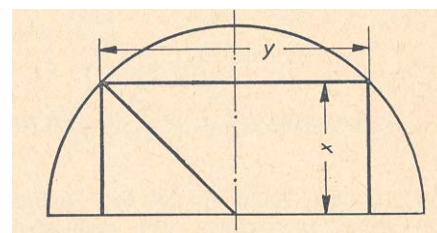
- Če je  $x + y = 1$ , določi  $x$  in  $y$  da bo: a)  $x^2 + y^2$ , b)  $x^2y^2$  minimalen
- Na hiperboli  $y^2 - x^2 = 1$  določi točko, ki je najbližja točki  $(2, 0)$ .
- Na paraboli  $y = x^2$  poišči točko, ki je najbližja premici  $y = 2x - 4$

## Planimetria

- Kateri pravokotnik ima največjo površino?
- Kateri pravokotnik ima najmanjšo diagonalo?
- Iz trikotnika z osnovnico  $c$  in višino  $v$  izreži pravokotnik, ki ima največjo površino.
- 

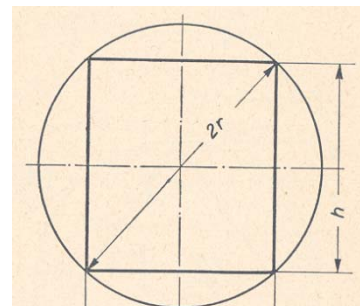


- Iz polkroga polmera  $a$  izreži pravokotnik, ki ima največjo površino.

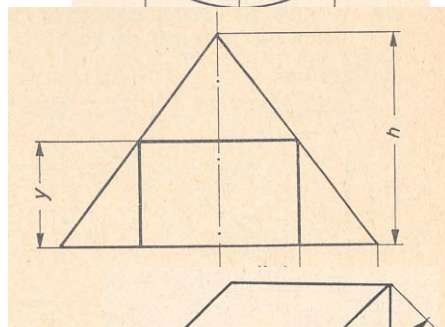


Stereometria

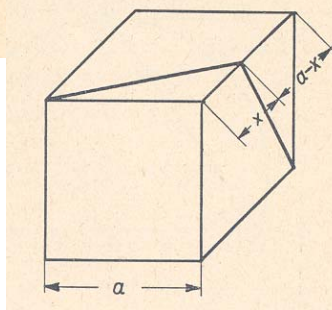
9. Iz krogle polmera  $r$  izreži valj, ki ima a) največji volumen b) največjo površino ?



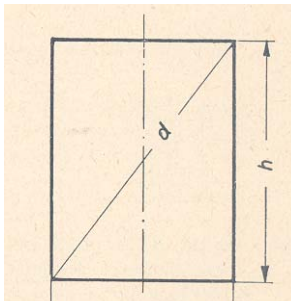
10. Iz stožca polmera  $r$  in višine  $h$  izreži valj, ki ima a) največji volumen., b) največjo površino



11. Določi najkrajšo pot med dvema nasprotnima ogliščema kocke.

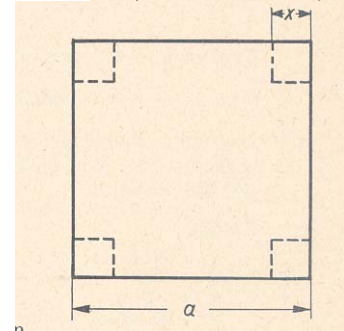


12. Kolikšne morajo biti dimenzije valja, ki ima diagonalo  $d$ , da bo a) njegova površina največja, b) njegov volumen največji ?



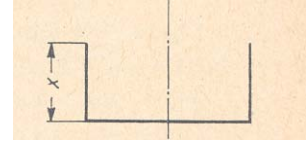
Praktični primeri

1. Iz pravokotne plošče dolžine 4 m in širine 2 m, je potrebno narediti škatlo brez pokrova, ki ima največji volumen.

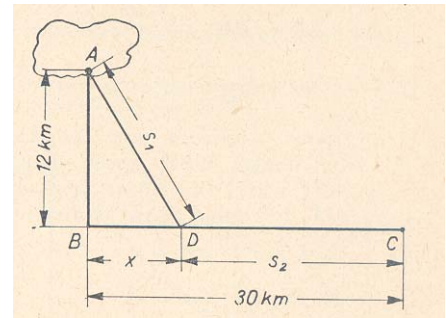


11.10.2011 13:28

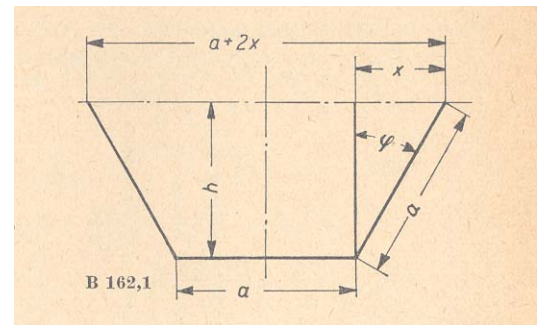
2. Iz pločevine širine 1 m je potrebno napraviti žleb, ki bo imel največji presek.



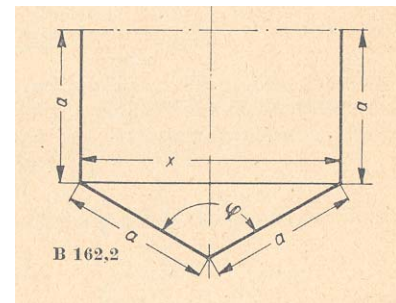
3. Svetilnik se nahaja na otoku, ki je 12 km od najbližje točke B na obali. Na razdalji 30 km od B je na obali mesto C. Svetilničar vesla s hitrostjo 4 km/h in hodi s hitrostjo 6 km/h. Na katerem kraju D obale se mora zasidrati, da bo v najkrajšem času prišel od otoka do mesta C?



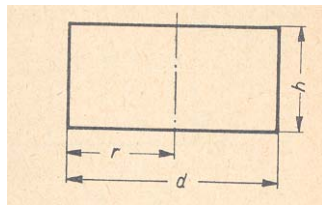
4. Narediti je potrebno odprt zaboj, ki ima dno v obliki kvadrata in volumen  $1 \text{ m}^3$ . Kolikšna je v tem primeru minimalna površina vseh petih stranic?
5. Kolikšen mora biti kot  $\varphi$ , da bo imel kanal, ki ga sestavljajo tri enako široke plošče največji presek?



6. Kanal sestavljajo štiri enako široke plošče. Pri katerem koti  $\varphi$  bo imel kanal največji presek?



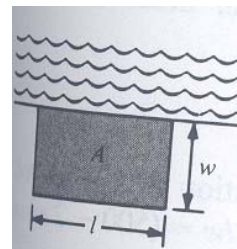
7. Odprt rezervoar v obliki pokončnega valja mora sprejeti  $8 \text{ m}^3$  vode. Določi dimenzije rezervoarja tako, da bo poraba materiala najmanjša.



8. Urna poraba goriva ladje je podana z enačbo  $y = 0.3 + 0.001v^2$ , pri čemer je hitrost  $v$  v miljah na uro. Pri kateri hitrosti bo poraba za 1000 milj potovanja najmanjša ?

9. Stroški vožnje z osebnim avtomobilom v  $x$  dneh so  $10x + \frac{x^2}{100}$  centov . Cena prevoza z mestnim potniškim prometom je 2 € na dan. Koliko časa se splača voziti z lastnim vozilom ?

10. Na razpolago imamo 500 m ograje. Kakšne morajo biti dimenzije pravokotnika, da bo površina, ki jo na eni strani omejuje morje na drugi pa ograja, največja ?



11. Moč letalskega motorja je podana s  $P = \left( av^2 + \frac{b}{v^2} \right) v$  pri čemer sta  $a$  in  $b$  pozitivni konstanti.

Pri kateri hitrosti je moč največja ?