

DRUGI KOLOKVIJ IZ ANALIZE I

22. 1. 1998

1. Dani sta funkciji $f(x) = 1 + x \log(x + \sqrt{1+x^2})$ in $g(x) = \sqrt{1+x^2}$.

(a) Izračunajte odvoda funkcij f in g .

(b) Dokažite, da je $f(x) \geq g(x)$ za vsak $x \geq 0$.

2. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} - 1 & ; x < 0 \\ \frac{1}{2} \sqrt[3]{8x^3 - x^6} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

Preverite, da je funkcija zvezna in odvedljiva. Določite še ekstreme, ničle in asimptote funkcije ter izračunajte, pod kakšnima kotoma seka graf funkcije abscisno os. Natančno tudi narišite graf funkcije.

3. Določite konstante a , b , c in d tako, da bo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cos x + b \sin x + ce^{-x} + d}{x^3} = \frac{1}{3}$$

4. Izračunajte integral

$$\int x(x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$