

4. KOLOKVIJ IZ ANALIZE I
28. maj 2001

1. Narišite graf funkcije

$$f(x) = |x| + \begin{cases} 1; & \text{za } 0 \leq x \leq \pi, \\ -1; & \text{za } -\pi \leq x < 0, \end{cases}$$

in jo razvijte v Fourierovo vrsto. Zapišite vrednost vsote Fourierove vrste v točki $x = \pi$.

2. Dana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$.
- Določite definicijsko območje, zalogo vrednosti in narišite nivojske krivulje za vrednosti $f(x, y) = 0, 0.5, 1$ in 2 .
 - Izračunajte gradient funkcije $f(x, y)$ v točki $T(5, 3)$. S totalnim diferencialom ocenite vrednost števila $\sqrt{4, 98^2 - 3, 1^2}$.
3. V ravnini so dane tri masne točke $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ z masami m_1 , m_2 in m_3 . Kakšen mora biti položaj točke $T(x, y)$, da bo vztrajnostni moment sistema točk glede na točko $T(x, y)$, torej vsota

$$m_1 d(A, T)^2 + m_2 d(B, T)^2 + m_3 d(C, T)^2,$$

najmanjši? Prepričajte se, da ste res dobili minimum. Tu je $d(U, V)$ oznaka za razdaljo med točkama U in V .

4. Med vsemi kvadri, ki imajo telesno diagonalo dolgo $\sqrt{3}$, poiščite dolžine robov tistega, ki ima največjo prostornino.