

3. KOLOKVIJ IZ ANALIZE I
26. marec 2001

1. Izračunajte ploščino Descartesovega lista, območja znotraj zanke krivulje, ki je dana v parametrični obliki z enačbama

$$x(t) = \frac{t}{1+t^3}, \quad y(t) = \frac{t^2}{1+t^3}.$$

2. Krivulja v ravnini je dana v polarni obliki z enačbo $r(\varphi) = 1 + \sin 2\varphi$.
- Narišite krivuljo.
 - Izračunajte ploščino znotraj ene od zank, ki jo naredi krivulja.
 - Poiščite točke na krivulji, ki so najbolj oddaljene od izhodišča polarne koordinatnega sistema. Odgovor utemeljite.

3. Integral

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(x^2 + 2x - 3)}$$

izračunajte, ali pa dokažite, da ne obstaja.

4. Za potenčno vrsto

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1}$$

določite območje konvergence in vsoto vrste izračunajte (integrirajte po členih). Nato izračunajte še vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} n 2^{-n+1}$.