

5. KOLOKVIJ IZ ANALIZE 1

27. 11. 1997

1. Med vsemi rešitvami enačbe

$$(z + 1)^3 = -z$$

poišči tisto, ki je najbližja številu 0.

2. Izračunaj

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + \sqrt{n^4 + 1}} - n\sqrt{2} \right).$$

3. Zaporedje je podano rekurzivno z začetnimi členi
- a_0, a_1, a_2
- in

$$a_{n+3} = \frac{1}{2}a_{n+2} + a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n.$$

a) S pomočjo nastavka $a_n = x^n$ poišči eksplicitno formulo za a_n v primeru, ko je $a_0 = 4, a_1 = 1, a_2 = 3$.

b) Kakšni morajo biti začetni členi a_0, a_1, a_2 , da bo zaporedje $\{a_n\}$ konvergentno. Za tako zaporedje izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Ali je zaporedje pod a) konvergentno?

4. a) Ali konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+5} \right)^{n^2+n+1} ?$$

Odgovor utemelji.

b) Naj bo $k \in \mathbb{N}$ dano naravno število in $a > 1$ dano realno število. Dokaži, da velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0.$$

Namig: Razišči konvergenco vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{a^n}.$$

Točkovanje: 25+20+30+25=100