

PRVI KOLOKVIJ IZ ANALIZE I UNI

ponedeljek, 24. november 2003

1. V množici realnih števil reši neenačbo

$$||x + 1| - |x - 1|| \leq 1.$$

Vsak korak natančno utemelji.

2. V množici kompleksnih števil poišči vse rešitve naslednje enačbe

$$z^6 + 9iz^3 - 8 = 0.$$

3. Zaporedje je podano s predpisom

$$a_1 = 1/2 \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} (a_n^2 + 2a_n - 1)$$

- Pokaži, da vsi členi zaporedja ležijo med -1 in 1.
- Pokaži, da je zaporedje padajoče.
- Ali je zaporedje konvergentno? Zakaj? Če je, izračunaj limito.

4. Dana je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

- Pokaži, da je vrsta konvergentna.
- Pokaži, da delne vsote vrste zadoščajo formuli

$$S_n = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}}.$$

- Izračunaj vsoto vrste.

Namig: Kaj veš o $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$?

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.