

# 1. kolokvij iz Analize 2, UNI

9. APRIL 2008

**Navodilo:** VSE ODGOVORE DOBRO UTEMELJI! Vsako nalogo rešuj na ločeno stran pole. Naloge so enakovredne. Čas reševanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci in formulami. Srečno!

1. Krivulja v ravnini je parametrizirana kot

$$x(t) = t^2 - 1 \quad \text{in} \quad y(t) = t^3 - t^2 - t + 1.$$

- (a) Poišči točke na krivulji, v katerih je tangenta na krivuljo vzporedna  $x$ -ozidrom  $y$ -osi.
  - (b) Zapiši enačbi obeh tangent na krivuljo v koordinatnem izhodišču.
  - (c) Skiciraj krivuljo.
  - (d) Izračunaj ploščino zanke, ki jo opisuje krivulja.
2. Krožnica  $K$  ima središče v točki  $S(r, 0)$ , kjer je  $r > 0$ , in gre skozi izhodišče koordinatnega sistema. Poišči enačbo te krožnice v **polarni obliki** in z uporabo tega opisa izpelji formulo za ploščino kroga.
3. Lomljena linearna transformacija  $\varphi: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  preslika

$$2 \mapsto 0, \quad 1+i \mapsto 1 \quad \text{in} \quad \infty \mapsto -i.$$

- (a) Poišči predpis za ta  $\varphi$ .
- (b) Kam preslika  $\varphi$  območje

$$D = \{z \in \mathbb{C}: |z-1| > 1, |z-2| < 2\}?$$

Skiciraj območji  $D$  in  $\varphi(D)$ !

4. Dana je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-1)^n \alpha^n}{2^n}.$$

- (a) Za katera realna števila  $\alpha$  vrsta konvergira?
- (b) Izračunaj vsoto te vrste, ko konvergira.
- (c) (dodatek) Utemelji, zakaj lahko pri zgornji vrsti zamenjamo vrstni red seštevanja.