

Diferencialna enačba reda n : $F(t, y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}) = 0$

Primer: širjenje informacij v zaprti skupini:

- ▶ $y(t)$ - del (delež) skupine, ki je seznanjen ob času t ,
- ▶ $y_0 = y(t_0)$ - začetni podatek ob času $t = t_0$
 - ▶ širjenje informacij preko zunanjega vira (medijev): hitrost širjenja je premosoraznerna deležu neobveščениh članov
 $\dot{y} = k(1 - y)$
 - ▶ z medsebojnim obveščanjem: hitrost širjenja je premosoraznerna številu srečanj obveščениh in neobveščениh članov
 $\dot{y} = ky(1 - y)$ **logistični zakon**

Podoben primer

Populacijska rast:

- ▶ $y(t)$ - velikost populacije ob času t ,
- ▶ $y_0 = y(t_0)$ - začetni podatek ob času $t = t_0$
 - ▶ rast brez zunanjih omejitev: hitrost je premosoraznerna velikost
 $\dot{y} = ky$ **zakon naravne rasti**
 - ▶ rast ob omejenih virih (hrane, prostora, ...): hitrost je premosoraznerna velikost in preostalim virom
 $\dot{y} = ky(1 - y)$ **spet logistični zakon**

Grafično reševanje

- ▶ Enačba $y' = f(x, y)$ v vsaki točki (x, y) iz definicijskega območja funkcije $f(x, y)$ določa smer, v kateri gre rešitev enačbe skozi to točko.
- ▶ Tako dobimo **polje smeri**.
- ▶ **Splošna rešitev** enačbe je družina krivulj, ki ustreza temu polju.
- ▶ **Začetni pogoj** $y(x_0) = y_0$ določa **partikularno rešitev** enačbe $y' = f(x, y)$

Diferencialna enačba z ločljivima spremenljivkama

$$y' = f(x)g(y)$$

- ▶ spremenljivki ločimo: $\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$
- ▶ integriramo vsako stran posebej $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x) dx + C$
- ▶ dobimo celo družino rešitev, odvisno od ene integracijske konstante C – splošno rešitev
- ▶ začetni pogoj $y(x_0) = y_0$ določa partikularno rešitev

Pimeri:

1. $\dot{y} = ky, y(0) = a$
2. $\dot{y} = y(1 - y)$:

Ortogonalne trajektorije

- ▶ Enoparametrično družino krivulj $F(x, y, a) = 0$ želimo dopolniti do pravokotne mreže v ravnini.
- ▶ Družino opišemo z diferencialno enačbo: odvajamo na x in eliminiramo a .
- ▶ Iščemo družino ortogonalnih krivulj: v vsaki točki mora biti tangenta na krivuljo iz druge družine pravokotna na tangento na krivuljo iz dane družine: v diferencialni enačbi dane družine y' nadomestimo z $-\frac{1}{y'}$.
- ▶ Primer: $x^2 + y^2 = 2ax$

Linearna diferencialna enačba

$$y' + f(x)y = g(x)$$

- ▶ $g(x) = 0$ – homogena linearna enačba
 - ▶ ločimo spremenljivki: $\frac{dy}{y} = -g(x)dx$
 - ▶ rešitev: $y = Ce^{-\int g(x)dx} = Cy_h(x)$
- ▶ $g(x) \neq 0$ – nehomogena enačba
- ▶ rešimo z metodo **variacije konstante**
 - ▶ splošno rešitev nehomogene enačbe iščemo z nastavkom $y = u(x)y_h(x)$, tj. v splošni rešitvi homogene enačbe konstanto nadomestimo s funkcijo
 - ▶ $u(x)$ določimo iz enačbe
 - ▶ splošno rešitev nehomogene enačbe je vsota $y(x) = Cy_h(x) + y_p(x)$, kjer je $y_p(x)$ partikularna rešitev.

- ▶ Prvi Kirchhoffov zakon: vsota vseh padcev napetosti v sklenjenem el. tokokrogu je enaka 0.
 - ▶ RL-krog: krog z virom napetosti, uporom in tuljavo
 - ▶ padec napetosti na tuljavi: $U_L = LI$, L je induktivnost tuljave
 - ▶ padec napetosti na upor $U_R = RI$
 - ▶ napetost na viru $U = U(t)$
- ▶ enačba $L\dot{I} + RI = U(t)$