

# Zveznost

## Definicija

Funkcije  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  je v točki  $a \in D$  **zvezna**, če za vsak  $\varepsilon > 0$  obstaja tak  $\delta > 0$ , da je

$$|f(x) - f(a)| < \varepsilon,$$

če je  $|x - a| < \delta$ .

# Zveznost

Kaj pove definicija zveznosti:

- ▶ Če je  $f$  zvezna v točki  $a$  potem je vrednost  $f(x)$  v bližnjih točkah zelo malo razlikuje od  $f(a)$ .
- ▶ Če je podatek  $a$  podan dovolj natančno (z napako manjšo od  $\delta$ ), bo vrednost  $f(a)$  izračunana z napako manjšo od  $\varepsilon$ .
- ▶ Graf zvezne funkcije bo v točki  $(a, f(a))$  “nepretrgana krivulja”.

## Primeri

$$1. \ f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; \ x \leq 0 \\ -x + 1 & ; \ x > 0 \end{cases}$$

$$2. \ f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; \ x \leq 0 \\ -x + 1 & ; \ x > 0 \end{cases}$$

## Limita funkcije

### Definicija

Število  $L$  je **limita** funkcije  $f$  v točki  $a$

$$L = \lim_{x \rightarrow a} f(x),$$

če za vsak  $\varepsilon > 0$  obstaja tak  $\delta > 0$ , da je  $|f(x) - L| < \varepsilon$ , če je  $|x - a| < \delta$ .

### Zgledi

$$1. \ f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$2. \ f(x) = \sin \frac{1}{x}$$

## Leva in desna limita

- ▶ **Leva limita** funkcije  $f$  v točki  $a$ :

$$L = \lim_{x \nearrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x),$$

če za vsak  $\varepsilon > 0$  obstaja tak  $\delta > 0$ , da je  $|f(x) - L| < \varepsilon$ , če je  $a - \delta < x < a$ .

- ▶ **Desna limita** funkcije

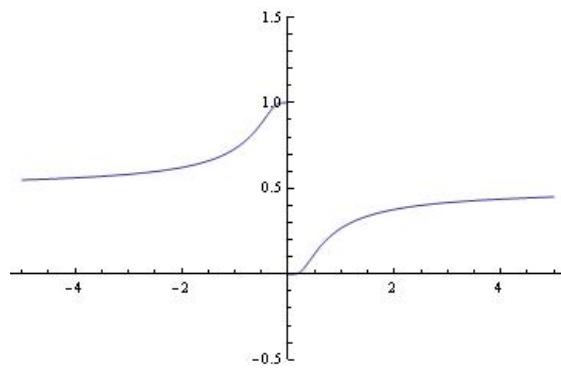
$$L = \lim_{x \searrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x),$$

če za vsak  $\varepsilon > 0$  obstaja tak  $\delta > 0$ , da je  $|f(x) - L| < \varepsilon$ , če je  $a < x < a + \delta$ .

- ▶ Če je  $L$  limita funkcije  $f$  v točki  $a$ , je tako leva kot tudi desna limita enaka  $L$ .

## Primer

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$



Kaj pomenijo oznake?

- ▶  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
- ▶  $\lim_{x \nearrow a} f(x) = \infty$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$
- ▶  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$