

Integral

1. Nedoločeni integral
2. Določeni integral
3. Zveza med določenim in nedoločenim integralom
4. Preproste diferencialne enačbe

Definicija nedoločenega integrala

- ▶ Nedoločeni integral je inverzna operacija od odvoda:
- ▶ **Definicija**
Funkcije $F(x)$ je **nedoločeni integral** funkcije $f(x)$ na množici D , če je $F'(x) = f(x)$ za vsak $x \in D$. Pišemo:

$$F(x) = \int f(x) dx.$$

- ▶ Nedoločeni integral funkcije f je odvedljiva funkcija F .
- ▶ Za kakšne funkcije f obstaja F ???

Enoličnost

Če obstaja, je nedoločeni integral funkcije f določen do konstante natanko:

Izrek

Dva različna nedoločena integrala $F(x)$ in $G(x)$ iste funkcije $f(x)$ na intervalu (a, b) se razlikujeta za konstanto: $F(x) - G(x) = C$.

Elementarni integrali

Iz tabele elementarnih odvodov dobimo:

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1 \quad \int x^{-1} \, dx = \log|x| + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

$$\int \operatorname{ch} x \, dx = \operatorname{sh} x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int -\frac{dx}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\int \operatorname{sh} x \, dx = \operatorname{ch} x + C$$

Računanje nedoločenih integralov

1. linearost:

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx$$

2. vpeljava nove spremenljivke:

$$\int f(u) du = \int f(u(x))u'(x) dx$$

3. integriranje po delih (per partes)

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x) dx$$

Dva splošna principa pri integriraju:

- ▶ produkte in kvociente poskusimo zapisati kot vsote
- ▶ korenov se poskusimo znebiti

Zgledi

1. $\int \sin^2 x dx$

2. $\int \frac{dx}{x^2 - 3x - 2}$

3. $\int \frac{(x+1)dx}{x^2 + 2x + 2}$

4. $\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 1)}$

5. $\int \sqrt{1 - x^2} dx$

trigonometrična substitucija: $x = \sin t$