I. ŠTEVILSKE MNOŽICE IN ZAPOREDJA

1. Realna števila

Kaj so realna števila?

Realna števila lahko opišemo na več načinov, na primer:

- *algebraično*:
- *geometrijsko*:
- *aritmetično*:

Množica realnih števil: $\mathbb{R}$

Računanje z realnimi števili

V množici $\mathbb{R}$ sta definirani dve binarni operaciji $+$ (seštevanje) in $.$ (množenje), ki sta

- *komutativni*, *asociativni* in velja *distributivnost vsote glede na produkt*,
- obstajata *ničla* $0 \in \mathbb{R}$ in *enota* $1 \in \mathbb{R}$
- vsako število x ima nasprotno število $-x$, vsako število $x \neq 0$ ima inverzno število x^{-1}

Množica $\mathbb{R}$ je **komutativen obseg**

Seveda poznamo še dve operaciji: odštevanje in deljenje

$$x - y = x + (-y), \quad x/y = x.y^{-1}.$$

Deljenje je definirano samo, če je $y \neq 0$!

Zgled

Poiščimo rešitve sistema enačb

$$ax + y = 1, \quad x - y = 1$$

pri različnih vrednostih parametra a

Urejenost realnih števil

V množici $\mathbb{R}$ je definirana tudi *binarna relacija* $<$ ("manjši"), ki je:

- *tranzitivna*
- veljata pravili *krajšanja*:

Množica $\mathbb{R}$ je **urejen** komutativen obseg

Poleg te osnovne relacije poznamo še relacije $>$ ("večji"), $\leq$ ("manjši ali enak") in $\geq$ ("večji ali enak").

Neenačbe

Iz pravil za urejenost sledijo **pravila za reševanje neenačb**.

Zgled

Poiščimo rešitve nenenačbe $\dfrac{3}{x-1} < -\dfrac{2}{x}$.

Zgled

Rešimo neenačbo $a(x+2) < 2a(a-1)$ pri različnih vrendostih parametra a.

Zgled

Rešimo neenačbo $\dfrac{x-1}{x+1} > 2$ (računsko in grafično).

Številska premica

Intervali:

- omejeni - daljice na številski premici:
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ odprt interval
  - $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ zaprt interval
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ in
    $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ polodprta ali polzaprta intervala
- neomejeni - poltrakovi na številski premici:
  - $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$ odprt navzgor neomejen interval
  - $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$
  - $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$
  - $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

∞ **ni število!**

Absolutna vrednost – razdalja na številski premici

Definicija

Absolutna vrednost $|x|$ števila $x \in \mathbb{R}$ je razdalja števila x od števila 0 na številski premici in je enaka

$$|x| = \begin{cases} x & ; \quad x \geq 0 \\ -x & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

Razdalja med števili x **in** y **je enaka** $|x - y|$

Trditev

- $|x| \geq 0$ *za vsak* $x \in \mathbb{R}$
- $|xy| = |x||y|$
- trikotniška neenakost*:* $|x + y| \leq |x| + |y|$

Razdalje

Zgled

Kje ležijo realna števila, ki zadoščajo pogoju

1. $|x-2|>1$,
2. $|x-a|<\varepsilon$:
3. $|x-1|\geq|x+1|$: števila, ki so bliže -1 kot 1

Zgled

Grafično rešimo neenačbo $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|>2$.