

Vaje Analiza I - 5. teden

Naloga 1. Za naslednje pare funkcij ugotovi ali sta enaki ter jih skiciraj

1.

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x^2}} \quad \text{ter} \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + x^2}.$$

2.

$$f(x) = \log \frac{x-1}{x+1} \quad \text{ter} \quad g(x) = \log(x-1) - \log(x+1).$$

3.

$$f(x) = \log \frac{1-x}{1+x} \quad \text{ter} \quad g(x) = \log(1-x) - \log(1+x).$$

Naloga 2. Skiciraj hiperbolične funkcije $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$ pokazite:

1. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

2. Adicijske izreke:

$$\begin{aligned} \cosh(x+y) &= \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y \\ \sinh(x+y) &= \sinh x \cosh y + \sinh y \cosh x \end{aligned}$$

3. Izračunaj inverzni funkciji za \sinh ter \tanh .

Naloga 3. Skiciraj funkciji $\sin(\arcsin x)$ ter $\arcsin(\sin x)$. Kakšna je razlika med njima?

Naloga 4. Določi funkcijo f , tako da bo veljalo:

1.

$$f(x+1) = 2 - 3x + x^2$$

2.

$$f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$$

3.

$$f(x|x|) = x^2 + 2x + 1$$

Naloga 5. Skiciraj naslednje funkcije ter povej ali so zvezne:

1.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x$$

2.

$$f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-1}$$

3.

$$f(x) = \frac{1}{1 + \sin x}$$

Naloga 6. Določi konstanti a in b , tako da bo naslednja funkcija zvezna

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{1}{x}\right); & x \in D_{\arcsin(\frac{1}{x})} \\ ax + b; & \text{sicer} \end{cases}$$