Vaje Analiza I - 8. teden

Naloga 1. *Funkcija* $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ *ima v krajiščih intervala* $[-2, 2]$ *enake vrednosti. Ali zadošča pogojem Rollejevega izreka? Če zadošča, poišči točko,* x_0*, kjer je* $f'(x_0) = 0$.

Naloga 2. *S pomočjo Lagrangejevega izreka izračunaj naslednjo limito.*

$$\lim_{x\to\infty} \left(\cos\sqrt{x+1} - \cos\sqrt{x}\right)$$

Naloga 3. *Izračunaj naslednje limite.*

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(2x)}{x + \sin(3x)} \qquad b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{x + 1 - \sin(x^2 - 1)}{x}$$

$$c)\ \lim_{x\to\infty} \frac{1 + \cos(x)}{1 - \cos(x)} \qquad d)\ \lim_{x\to\pi/2} (\pi/2 - x)\tan(x)$$

Naloga 4. *Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije* $f(x) = x^3 - 3x + 3$ *na intervalu* $[-3/2, 5/2]$.

Naloga 5. *Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije na danem intervalu:*

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, \qquad [-1, 5]$$

Naloga 6. *Določi ekstreme funkcije* $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$.

Naloga 7. *Določite koeficienta* p *in* q *tako da bo imela funkcija*

$$f(x) = x + \log(x^2 + px + q)$$

stacionarni tocki pri $x = 1$ *in* $x = 2$.

Naloga 8. *Nariši naslednje funkcije. V ta namen jim določi definicijsko območje, ničle, pole, asimptote in stacionarne točke ter njihov tip.*

$$a)\ f(x) = \frac{2 - x^2}{1 + x^4} \qquad b)\ g(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$$

$$c)\ h(x) = x\log(x) \qquad d)\ \zeta(x) = x + e^{-x}$$

Naloga 9. *Poišči tiste točke na grafu funkcije* $f(x) = \frac{1}{x^2}$*, v katerih je dolžina odseka tangente med koordinatnima osema najmanjša.*

Naloga 10. *Katero pozitivno število ima najmanjšo možno vsoto sebe in svoje recipročne vrednosti?*

Naloga 11. *Dana je krivulja* $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. *Med vsemi pravokotniki, ki imajo po dva oglišča na krivulji in dva na njeni asimptoti poišči tistega, ki ima največjo ploščino.*

Naloga 12. *V krog s polmerom* R *potegnemo tetivo, ki je za* $h < R$ *oddaljena od središča. Tetiva razdeli krog na dva odseka. V manjši odsek včrtamo pravokotnik, simetrišen glede na polmer, ki razpolavlja dano tetivo. Kolikšni naj bosta stranici tega pravokotnika, da bo imel največjo možno ploščino?*

Naloga 13. *V elipso* $(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1$ *včrtajte pravokotnik zs stranicama vzporednima osema elipse, tako da bo njegova ploščina največja.*

Naloga 14. *Kroglo s polmerom* R *pokrijemo s stožcem, ki ima najmanjši možni volumen. Določi osnovno ploskev in višino takšnega stožca.*

Naloga 15. *Iz okroglega lista papirja z radijem* R *izrežemo krožni izsek in ga zvijemo v plašč stožca. Določi največji možen volumen takšnega stožca.*

Naloga 16. *Pred visokim zidom (*$x = 0$*) stoji parabolična ovira, ki jo opisuje enačba* $y = 3 - x^2/4$ *(nariši si skico). Določi dolžino najkrajše lestve, s katero še lahko dosežemo zid.*

Naloga 17. *V polkrog včrtamo pravokotnik tako, da leži ena njegova stranica na premeru polkroga. Kakšno mora biti razmerje med stranicama pravokotnika, da bo njegova ploščina čimvečja?*

Naloga 18. *Tovarna izdeluje konzerve v obliki pokončnega krožnega valja. Volumen konzerv je v naprej določen. Kakšno mora biti razmerje med polmerom in višino valja, da bo poraba pločevine kar najmanjša.*

Naloga 19. *Gibanje masnega delca po ravnem tiru opišemo s funkcijo*

$$x(t) = 3t - t^2 \ .$$

Kdaj je delec najbolj oddaljen od izhodišča? Kdaj doseže največjo hitrost?