

Vaje Analiza I - 9. teden

Naloga 1. Naj bo z enačbo $5x^2 - 8xy + 5y^2 = 1$ implicitno podana funkcija $y(x)$.

- Zapiši enačbi tangent na graf krivulje v obeh točkah, kjer je $x = 0$.
- Za katere vrednosti x je naklon tangente enak $k = \frac{1}{2}$?

Naloga 2. Funkciji $f(x) = a(x^2 - 1)$ določi parameter a tako, da bosta tangenti na graf v presečiščih z abscisno osjo med seboj pravokotni.

Naloga 3. Za funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{če je } x \neq 0 \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

izračunaj njen drugi odvod v točki 0.

Naloga 4. Izračunaj $f^{(n)}(x)$ funkcije $f(x) = \log ax$, $a \in \mathbb{R}$.

Naloga 5. Določi lokalne maksimume, lokalne minimume in prevojne točke funkcij

- $f(x) = x^3 + \frac{x}{4}$,
- $g(x) = 2x + e^{-x^2}$,
- $h(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$.

Naloga 6. Za kakšno vrednost parametra h ima funkcija $f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$ prevojni točki pri $x = \pm\pi$?

Naloga 7. Pokaži, da funkcija $f(x) = x^2 + 2 \sin x$ ni nikjer konveksna.

Naloga 8. Določi definicijska območja, obnašanje na robu definicijskega območja, ničle, stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti za naslednje funkcije.

- | | |
|---|---------------------------------|
| a) $f(x) = xe^{-x}$ | b) $g(x) = x^2 \log(x)$ |
| c) $h(x) = \arctan e^x - \log \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}}$ | d) $k(x) = \frac{\log^2(x)}{x}$ |

Naloga 9. S pomočjo diferenciala približno izračunaj naslednje vrednosti.

- | | | |
|-------------------|---------------------|-----------------------|
| a) $\sqrt{4.001}$ | b) $\sqrt[3]{7}$ | c) $\sqrt[4]{0.9996}$ |
| d) $\log(1.02)$ | e) $\arctan(0.997)$ | f) $\sinh(0.001)$ |

Za kakšnega od primerov s formulo za ostanek iz Taylorjevega izreka oceni napako. Zapiši še Taylorjev polinom druge stopnje in oceni njegov ostanek.

Naloga 10. Za koliko se spremeni ploščina kroga, če njegov polmer povečamo za 1%?