

## Vaje Analize 1 – 11. teden

1. Izračunajte naslednje določene integrale.

$$a) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 9}} \quad b) \int_e^{e^3} \frac{\log x}{x} dx \quad c) \int_0^1 \sqrt{1 + x^2} dx$$

2. Naslednji integral se lahko izračuna “v trenutku”, če upoštevate prave lastnosti integranda in intervala, po katerem integracija poteka.

Poizkusite ...

$$\int_{-\pi}^{\pi} (e^{3x^4} - 5) x^2 \arctan x^5 dx$$

3. Izračunajte ploščino lika, ki ga na intervalu od  $-\pi$  do  $\pi$  opišeta funkcija  $f(x) = x \sin(x)$  in os  $x$ .
4. Izračunajte ploščino, ki jo omejujejo premici  $y + x + 1 = 0$ ,  $y - x + 1 = 0$  in parabola  $y = 4 - x^2$ .
5. Izračunajte ploščino “krivočrtnega trikotnika”, ki ga omejujejo os  $y$  ter kunkciji  $y = \arcsin x$  in  $y = \arccos x$ .
6. Hitrost internetne povezave v odvisnosti od časa (v MB/s) je podana s funkcijo  $h(t) = |\cos^3 t|$ . Izračunajte čas, ki je ob teh pogojih potreben za prenos datoteke, velike 632 MB. Kakšna je formula za čas, potreben za prenos datoteke velikosti  $n$  MB?
7. Izračunajte spodnji integral.

$$\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$$

Skicirajte integrand (funkcijo, ki jo integriramo) in na grafu označite ploščino, ki ste jo pravkar izračunali. Kaj se zgodi, ko spodjo mejo integrala pomikamo proti vrednosti 0? Kaj pa, ko zgornjo mejo večamo proti  $\infty$ ?

8. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo os  $x$ , premice  $y = 1$  in  $|x| = n$  ter krivulja  $y = \frac{1}{x^2}$ . Kaj se dogaja s ploščino lika, ko gre  $n \rightarrow \infty$ ?
9. Izračunajte integral

$$\int_1^2 \sqrt{x^2 - 1} dx .$$

Pri računanju uporabite adicijski izrek  $\sinh^2 t = (\cosh 2t - 1)/2$  in zvezo  $\sinh t = \sqrt{\cosh^2 t - 1}$  (ki velja na integracijskem intervalu, saj je tam  $\sinh t > 0$ )

10. Na hiperboli  $x^2 - y^2 = 1$  vzemimo točko s koordinatami  $x = 2$ ,  $y = \sqrt{3}$ , označimo jo v obliki  $x = \cosh a$ ,  $y = \sinh a$  (kjer je  $a = \operatorname{Log} 2 + \sqrt{3}$ , kar pa za to nalogo ni pomembno). Izračunajte ploščino krivočrtnega trikotnika, ki ga omejuje hiperbola  $x^2 - y^2 = 1$ , poltrak iz koordinatnega izhodišča skozi točko  $(2, \sqrt{3})$  in os  $x$ . Dobljeno ploščino izrazite z  $a$ .