

## Vaje Analiza I - 12. teden

**Naloga 1.** Izračunaj naslednje posplošene integrale.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int_0^{\infty} e^{-x} dx & \text{b) } \int_0^{\pi/2} \tan x dx & \text{c) } \int_1^{\infty} \frac{\log x}{x^2} dx \\
 \text{d) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1} & \text{e) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2} & \text{f) } \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}} \\
 \text{g) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} & \text{h) } \int_{-1}^1 x^2 \log|x| dx & \text{i) } \int_2^{\infty} \frac{dx}{(x-1)(x+1)}
 \end{array}$$

**Naloga 2.** Utemelji (ne) konvergenco naslednjih posplošenih integralov.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^{3/2}} & \text{b) } \int_1^{\infty} \frac{1+e^{-x}}{x} dx & \text{c) } \int_e^{\infty} \frac{dx}{\log x} \\
 \text{d) } \int_1^{\infty} \frac{\cos^2 x}{1+x^2} & \text{e) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} & \text{f) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \\
 \text{g) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x \log^2(x)} & \text{h) } \int_1^{\infty} \frac{\arctan(x)}{x} dx & \text{i) } \int_{-1}^1 \frac{\cos(x)}{\sqrt{x}} dx
 \end{array}$$

**Naloga 3.** Laplaceova transformiranka funkcije  $f(t)$  je funkcija

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Izračunajte  $F(s)$  in določite njeno defnicijsko območje, če je

- a)  $f(t) = e^{at}$
- b)  $f(t) = t$
- c)  $f(t) = \sin(t)$
- d)  $f(t) = t^n$  (kjer je  $n$  naravno število)

**Naloga 4.** Poišči funkcijo  $y(x)$ , ki zadošča naslednjim enačbam

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } xyy' = 1 - x^2 & \text{b) } y^2y' = 1 - 2x \\
 \text{c) } xy' + y = y^2 & \text{d) } \cos(x) \cos(y)dx - \sin(x) \sin(y)dy = 0 \\
 \text{e) } y' = 3x^2(1 + y^2) & \text{f) } e^{x+y}y' = e^{2x-y}
 \end{array}$$