

## 2. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 31. januar 2006

1. Dan je trimestni izjavni veznik

$$A(p, q, r) \sim p \vee q \Rightarrow \neg q \wedge r.$$

- (a) Pokaži, da je  $\{A\}$  poln nabor.
- (b) Izrazi implikacijo in konjunkcijo samo s pomočjo veznika  $A$ .
- (c) Naj velja

$$A_0 \sim A(p, p, 1), \quad A_n \sim A(A_{n-1}, A_{n-1}, p), \quad n \geq 1.$$

Izračunaj  $A_{2006}$ .

2. Naj bo  $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ . Na  $A$  je dana relacija  $\rightsquigarrow$  z naslednjim predpisom

$$x \rightsquigarrow y \stackrel{\text{def}}{\iff} x \text{ je deljiv z vsemi praštevilci, ki delijo } y.$$

- (a) Ali velja  $5 \rightsquigarrow 1$ ,  $25 \rightsquigarrow 10$ ,  $10 \rightsquigarrow 25$  ?
- (b) Ali je relacija  $\rightsquigarrow$  tranzitivna?
- (c) Ali je relacija  $\rightsquigarrow$  antisimetrična?
- (d) Ali je relacija  $\rightsquigarrow$  ekvivalenčna?

3. V kolobarju  $(\mathbb{Z}_{30}, +, \cdot)$  odgovori na naslednji vprašanji.

- (a) Katera od števil 2, 5, 7, 8, 14, 22 so obrnljiva?
- (b) Kaj so inverzi obrnljivih elementov iz točke (a)?

V  $(\mathbb{Z}_{30}, +, \cdot)$  poišči tudi vse rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} 5x + 7y &= 22 \\ 2x - 22y &= 14. \end{aligned}$$

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \left( \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 11 & 7 & 9 & 10 & 8 \end{array} \right) \quad \text{in} \quad \beta = \left( \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 8 & 11 & 1 & 7 & 3 & 2 & 5 & 9 & 10 & 4 & 6 \end{array} \right).$$

- (a) Zapiši permutaciji  $\alpha$  in  $\beta$  z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.
- (b) Izračunaj  $\beta^{2006}$ .
- (c) Kakšno ciklično strukturo ima permutacija  $\pi \in S_{11}$ , ki reši enačbo

$$\alpha^{-1} * \pi^{2006} * \alpha = \beta^{2006}.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo  $\pi$ .

- (d) Poišči vsaj dve rešitvi zgornje enačbe.

*Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.*

**Odgovore dobro utemelji!**

*Rezultati bodo dostopni na [matematika.fri.uni-lj.si](http://matematika.fri.uni-lj.si). Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.*