

1. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 17. januar 2006

1. Dana je množica predpostavk

$$p \vee q \Rightarrow r \wedge s, \quad r \Rightarrow t, \quad s \vee q, \quad s \Leftrightarrow p \vee r, \quad s \vee \neg t$$

in zaključek $t \vee r$. Odloči, ali je sklep pravilen ali napačen. Če je sklep pravilen, zapiši dokaz; če je napačen, poišči protiprimer.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je dana relacija

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 6), (3, 5), (4, 2), (5, 1), (5, 7), (6, 4), (7, 8), (8, 6), (8, 7)\}.$$

- (a) Čim lepše nariši graf relacije R .
- (b) Poišči vse $n \in A$, za katere velja $1 R^{2006} n$.
- (c) Poišči vse $n \in A$, za katere velja $n R^{2006} 7$.
- (d) Določi R^* (dovolj je narisati graf R^*).

3. Dani sta funkciji $f, g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ s predpisoma

$$f(n) = 9^n \bmod 25, \quad g(n) = 7^n.$$

- (a) Zapiši formule preslikav $f \circ g, g \circ f, g \circ g$.
- (b) Pokaži, da je preslikava $g \circ g$ injektivna.
- (c) Določi $(f \circ g)(2006)$.
- (d) Poišči vse elemente iz \mathbb{N}_0 , ki jih $f \circ g$ preslika v 4.

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 3 & 11 & 9 & 12 & 1 & 10 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 12 & 1 & 11 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.
- (b) Kakšno ciklično strukturo ima permutacija $\pi \in S_{12}$, ki reši enačbo

$$\beta^{-1} * \pi^{2006} * \beta = \alpha.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo π .

- (c) Poišči kakšno rešitev zgornje enačbe.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.