

3. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 2. junij 2006

1. Odloči, ali je sklep

$$\neg(r \wedge t), \quad x \Rightarrow y, \quad p \wedge r \Rightarrow w, \quad x \wedge u \Leftrightarrow w, \quad p \Rightarrow \neg y \vee t \quad \models \quad p \Rightarrow \neg r$$

pravilen ali napačen. Če je sklep pravilen, zapiši dokaz; če je napačen, poišči protiprimer.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ definiramo relacijo R z naslednjim predpisom: $a R b$ natanko tedaj, ko za vsako celo število $k \geq 0$ velja $2^k \mid a$ natanko tedaj, ko $2^k \mid b$.

(a) Katere izmed spodnjih trditev držijo:

$$1 R 5, \quad 20 R 12, \quad 4 R 6, \quad 11 R 13.$$

(b) Pokaži, da je R ekvivalenčna relacija.

(c) Zapiši ekvivalenčni razred relacije R , ki vsebuje število 4.

(d) Koliko je vseh ekvivalenčnih razredov relacije R ?

3. Dana je diofantska enačba

$$5x + 37y + 23z = 77.$$

(a) Pokaži, da je diofantska enačba rešljiva.

(b) Poišči njeno splošno rešitev.

(c) Poišči kakšno rešitev enačbe v naravnih številih $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.
Koliko je takih rešitev?

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 5 & 2 & 7 & 4 & 14 & 12 & 8 & 3 & 10 & 11 & 9 & 13 & 6 & 1 \end{array} \right) \quad \text{in}$$

$$\beta = \left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 6 & 7 & 14 & 5 & 12 & 13 & 11 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 & 4 & 1 \end{array} \right).$$

(a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.

(b) Dana je permutacijska enačba

$$\beta^{-1} * \pi^{2006} * \beta = \alpha.$$

Poišči vse možne ciklične strukture za permutacijo $\pi \in S_{14}$.

(c) Poišči kakšno rešitev zgornje enačbe.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.