

4. izpit iz Diskretnih struktur – UNI Ljubljana, 12. september 2006

1. Dokaži naslednji sklep

$$\neg t \vee r, q \wedge w \Rightarrow t, \neg r \Rightarrow w \wedge s, \neg p \vee u \vee \neg r, u \Rightarrow \neg q \models p \Rightarrow \neg q.$$

2. Koliko števil je na celoštevilskem intervalu $[23, 900]$, ki so deljiva z 10 ali 14, niso pa deljiva z 35.

3. Obravnavamo naslednjo diofantsko enačbo:

$$15x + 7y - 12z = 6.$$

(a) Pokaži, da je zgornja diofantska enačba rešljiva.

(b) Poišči vse trojice $x, y, z \in \mathbb{Z}$, ki enačbo rešijo.

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 11 & 8 & 14 & 1 & 10 & 2 & 3 & 6 & 9 & 13 & 5 & 4 & 12 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 6 & 7 & 4 & 5 & 11 & 1 & 14 & 9 & 2 & 3 & 10 & 8 & 13 & 12 \end{pmatrix}.$$

(a) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter določi njuno parnost.

(b) Dana je enačba

$$\beta^{-1} * \pi^k = \alpha * \beta^{-1},$$

kjer je π neznana funkcija. Za katere $k \in \{30, 31, 32\}$ ima enačba največ rešitev? Za vsak $k \in \{30, 31, 32\}$ določi vse ciklične strukture za $\pi \in S_{14}$, ki so rešitve enačbe.

(c) Poišči vsaj tri različne rešitve enačbe iz točke (b), pri čemer je k poljuben eksponent iz $\{30, 31, 32\}$.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na matematika.fri.uni-lj.si. Lokacija in čas za morebitne pritožbe na rezultate bosta znana ob objavi rezultatov.