

DISKRETNE STRUKTURE - izpit iz teorije
26. 9. 2003

1. **Dvomestne relacije:** Kaj je to **dvomestna relacija** v množici A ? Kako jo lahko graficno **predstavimo**, ce je množica A končna? Kako je definirana inverzna relacija R^{-1} in kako iz grafa relacije R dobimo graf relacije R^{-1} ?
2. **Moc množic:** Kdaj recemo, da imata množici A in B enako moc? Kdaj recemo, da je množica A stevno **neskončna**? Katere izmed naslednjih množic so stevno neskončne: A = množica vseh..prastevil, B = potencna množica množice naravnih števil, C množica vseh racionalnih števil, D = zaprti interval $[0,1]$, E -- množica vseh sintaktično pravih programov (poljubne dolžine) v jeziku *Java* ?
3. **Algebrske strukture:** Kaj je to polgrupa, kaj monoid, kaj grupa? Navedi primer strukture, ki je polgrupa, a ni monoid, primer strukture, ki je monoid, a ni grupa, in primer strukture, ki je **nekomutativna** grupa. Kakšne parnosti je permutacija množice $\{0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, določena a predpisom $x \rightarrow 3 \cdot_{10} x$?
4. **Ravninski grafi:** Kdaj pravimo, da je graf **ravninski**? Kako **obicajno** pokazemo, da graf ni ravninski? Kaj lahko povese o številu povezav **ravninskega** grafa v primerjavi s številom točk?

DISKRETNE STRUKTURE - izpit iz teorije
29. 6. 2004

1. **Izjavni racun:** Podajte induktivno definicijo razreda izjavnih izrazov I ! Kdaj recemo, da je izjavni izraz A tautologija, **in** kdaj, da sta izjavna izraza A in B enakovredna? Navedite vsaj dva primera tautologij in vsaj dva primera parov **enakovrednih** izjavnih izrazov (v vseh starih primerih naj nastopa vsaj po ena izjavna spremenljivka)!
2. **Delna urejenost:** Kdaj recemo, da **relacija** $R \subset A \times A$ delno ureja množico A ? Zapišite definicijo maksimalnega elementa in definicijo zadnjega elementa v delno urejeni množici! Narisite Hassejev diagram množice $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, delno urejene z relacijo deljivosti, in nastejte vse **minimalne**, prve, maksimalne in zadnje **elemente**!
3. Osnovne algebrske strukture: Zapišite definicijo enote in inverznega elementa v algebrski strukturi $(-4,0)$! Zapišite definicijo grupoida, polgrupe, monoida in grupe! Navedite primer grupe G_1 s 6 elementi, ki je komutativna, in grupe G_2 s 6 elementi, ki ni komutativna (v obeh primerih zadosca ime oziroma oznaka grupe)!
4. Hamiltonovi grafi: Kdaj recemo, da je cikel C v grafu G Hamiltonov cikl. in kdaj recemo, da je graf G Hamiltonov graf ? Kako lahko za nekatere grafe pokazemo, da niso Hamiltonovi (ne da bi pregledali vse možnosti)? Navedite primer grafa G_1 z 10 vozlišci, ki je Hamiltonov, pa ni Eulerjev, in primer grafa G_2 z 10 vozlišci, ki je Eulerjev, pa ni Hamiltonov!

DISKRETNE STRUKTURE .izpit iz teorije
16. 6. 2004

1. **Induktivni razredi:** Kako podamo induktivni razred? Kaj je to konstrukcijsko zaporedje objekta a ? Kako lahko pokažemo, da objekt a_1 pripada induktivnemu razredu I in kako lahko pokažemo, da objekt a_2 ne pripada induktivnemu razredu I ?

2. **Operacije z relacijami:** Naj bosta R in S dvomestni relaciji v množici A . Kako je definirana relacija R^{-1} in kako relacija R o S ? Kako lahko s pomočjo operacij z relacijami opišemo, da je relacija R : a) simetrična, b) antisimetrična, c) tranzitivna?

Naj bo $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $R = \{(1,1),(1,4),(3,1),(3,6),(4,2),(5,5),(2,3)\}$ in $S = \{(3, 4), (4,5), (5,6), (6, 2)\}$; nariši grafa relacij R in S ter izražunaj relaciji R o S in R^3 !

3. **Celi del realnega števila:** Kako sta definirani funkciji spodnji in zgornji celi del? Kako lahko zgornji celi del izrazimo s pomočjo spodnjega celega dela? Naj bosta a in b naravni števili, pri čemer je $a < b$; koliko naravnih števil iz množice $\{a, a+1, \dots, b-1, b\}$ je takih, da so deljiva s 7, hkrati pa niso deljiva s 13?

4. **Ravninski grafi:** Kdaj rečemo, da je graf G ravninski? Kaj pravi Eulerjeva formula in za kakšne grafe velja? Kaj je to subdivizija in kaj pravi izrek Kuratowskega?

DISKRETNE STRUKTURE – izpit iz teorije
17.6. 2003

1. **Povecujoča pravila:**

- Kdaj recemo, da so pravila generiranja P induktivnega razreda $I=C_n(B,P)$ *povecujoča*?
- Kako lahko v primeru povecujočih pravil pokazemo, da objekt x ne pripada razredu I ?
- Kako v primeru povecujočih pravil pokazemo, da je konceptualni razred K v celoti vsebovan v induktivnem razredu I ?

2. **Mreza:**

Naj bo množica A z relacijo R delno urejena.

- Definiraj *zgornjo mejo* ter *natančno zgornjo mejo (supremum)* podmnožice $B \subseteq A$!
- Kdaj recemo, da je množica A mreza?
- Navedi konkreten primer mreze, ki ni linearno urejena!

3. **Eulerjeva funkcija:**

- Kako je definirana *Eulerjeva funkcija* $\varphi(n)$?
- Navedi lastnosti Eulerjeve funkcije, ki omogočajo razmeroma hitro računanje njenih vrednosti!
- Koliko elementov ima grupa $(\mathbb{Z}_{1440}^*, *_{1440})$?

4. **Dvodelni grafi:**

- Navedi definicijo *dvodelnega grafa*!
- Kako opisemo dvodelne grafe s pomočjo ciklov?
- Kateri od naslednjih grafov so dvodelni:
a.) $K_n (n \geq 3)$ b.) $P_n (n \geq 1)$ c.) $C_{2n+1} (n \geq 1)$ d.) drevesa e.) $Q_d (d \geq 0)$

14. junij 1991

Kaj veš o R-minimalnih in R-prvih elementih? Kaj je to topološko urejanje? Ali je mogoče vsako končno delno urejeno množico topološko urediti in zakaj? Topološko delno uredi množico vseh deliteljev števila 12. Urejanje z relacijo deljivosti. Na koliko načinov lahko to storiš?

Kdaj rečemo, da je množica A enako močna kot množica B, močnejša od mn. B, strogo močnejša od množice B? Kaj veš o števno neskončnih množicah? Kakšno moč ima množica vseh končnih nizov sestavljena iz enojk in ničel? Kaj pa množica vseh neskončnih nizov?

Kaj to kongruenčna relacija? Naj bo R kongruenčna relacija v nekem grupoidu A. Kaj lahko napraviš iz factorske množice A/R? Kakšna je zveza med kongruenčno relacijo in homomorfizmom?

Kaj veš o Hamiltonovih poteh in ciklih? Nariši graf H, ki je Hamiltonski in ni Eulerjev. Nariši graf E, ki je Eulerjev in ni Hamiltonski.

2. september 1991

Kaj veš o resničnosti izjavnih formul v predikatnem računu? (Pozor: to vprašanje se NE nanaša na sklepanje; zanima me definicija interpretacije, veljavnosti, splošne veljavnosti.)

Kaj veš o teorijah?

Kaj veš o tranzitivni ovojnicah dvomestne relacije?

Kaj veš o ničelah in o razcepčnosti polinomov, ki imajo koeficiente v nekem obsegu K?

24. september 1991

Kaj je to konstrukcijsko zaporedje? Kako dokazujemo z induktivno posplošitvijo? Kaj je to konstruktivno zaprtje?

Kaj veš o ekvivalenčnih relacijah?

Kaj veš o homomorfizmih?

Kaj veš o permutacijskih grupah?

3. julij 1992

Kaj je to sklep? Kdaj je pravilen?

Kaj je to ekvivalenčna relacija? Kaj veš o njej?

Kaj veš o končnih grupah?

Kaj je to homomorfizem grafov? Kaj je to invarianta grafa? Naštej nekaj grafovskih invariant.

10. september 1992

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoča?

Kaj je to sklep? Kdaj je veljaven? Kako je povezan s pojmom dokaza?

Kaj je to homomorfizem? Kakšne vrste homomorfizmov poznaš? Kakšna je zveza med homomorfizmi in kongruenčnimi relacijami?

Kaj veš o povezanostih grafov?

25. september 1992

Kaj je to pogojni sklep? Kaj nam omogoča?

Kaj je to in kaj veš o tranzitivni ovojnicah relacije?

Kaj veš o končnih poljih?

Kaj veš o Eulerjevi nalogi za grafe?

18. junij 1993

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoča?

Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o delnih urejenostih in katere vrste poznaš?

Kaj je to kongruenčna relacija in kaj veš o njih?

Kaj je to invarianta grafa? Zakaj so pomembne in katere invariante grafa poznaš?

5. julij 1993

Kaj je to sklep? Kdaj je veljaven?

Kaj je to tranzitivna ovojnica in kaj veš o njej?

Kaj je to nerazcepni polinom in zakaj so pomembni?
Kakšne vrste povezanosti v grafih poznaš in kaj veš o njih?
10. september 1993

Kaj je to sklep? Kaj je to dokaz? Kakšna je zveza med njima? Kdaj je sklep veljaven?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o njej?
Kaj je to homomorfizem? Kakšne vrste homomorfizmov poznaš? Zakaj so pomembni?
Kaj zahtevata Eulerjev in Hamiltonov problem za grafe? Kaj veš o njiju?

24. september 1993

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoča? Navedi primer.
Kaj je to ekvivalenčna relacija? Kaj veš o njih?
Kaj veš o končnih grupah?
Kaj je to podgraf? Kakšne vrste podgrafov poznaš?

12. maj 1994

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoča?
Kaj je to pogojni sklep in kdaj ga uporabljamo?
Kdaj je teorija neprotislovna in zakaj je neprotislovnost pomembna?
Kaj je to delna urejenost in kaj veš o njej?

20. junij 1994

Kaj je to sklep? Kdaj je veljaven?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o delni urejenosti?
Kaj je to kongruenčna relacija? Kaj je to homomorfizem grupoidov? Kako sta oba pojma povezana?
Kdaj je graf ravninski? Kaj veš o ravninskih grafih?

12. september 1994

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoča?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o njih?
Kaj veš o končnih grupah?
Kaj je to homomorfizem/izomorfizem grafov? Kaj je to invarianta grafa? Zakaj so invariante pomembne? Naštej nekaj invariant?

26. september 1994

Kaj je to poln nabor izjavnih povezav? Kakšen je njihov pomen? Naštej nekaj primerov.
Kaj je to kongruenčna relacija? Kako so povezane s homomorfizmi grupoidov?
Kaj je to nerazcepni polinom? Zakaj so pomembni?
Kaj je to ravninski graf? Kaj veš o njih?

24. januar 1995

Kaj je to sklep? Kdaj je veljaven? Kaj so to pravila sklepanja in kaj nam omogočajo?
Napiši relacijsko in algebrasko definicijo mreže. Kako sta med seboj povezani?
Kaj je to kongruenčna relacija? Kaj veš o njej? Zakaj je pomembna?
Kaj veš o vrstah povezanosti grafov?

16. marec 1995

Kaj je to dokaz? Kaj nam omogoča? Kakšna je razlika med dokazom in izpeljavo?
Podaj (podrobno) relacijsko in algebrasko definicijo podmrež. Kako sta pojma povezana?
Kaj je to nerazcepni polinom? Zakaj so pomembni in kaj veš o njih?
Kaj je to invarianta ali stalnica grafa? Zakaj je pomembna? Naštej primere.

21. junij 1995

Kaj je to dokaz? Kaj nam omogoča?
Kaj je to ekvivalenčna relacija? Kaj veš o njih?

Kaj veš o konènih grupah?
Kaj veš o Eulerjevi nalogi za grafe?
4. julij 1995

Kaj je to induktivna posplošitev? Kaj nam omogoèa?
Kaj je to delna urejenost? Kaj je to (pol)mreža? Kaj veš o njih? Kako sta povezana algebrajska in relacijska definicija mreže?
Kaj je to tranzitivna relacija? Kaj veš o njih? Kaj veš o kongruenènih relacijah v grupah?
Kakšne vrste povezanosti v grafih poznaš? Kaj veš o njih?

13. september 1995

Kaj je to dokaz? Kaj veš o njem?
Kaj je to mreža? Katere vrste mrež poznaš? Kaj je to Booleova algebra?
Kaj je to homomorfizem? Kaj je to kongruenèna relacija? Kako sta oba pojma povezana?
Kaj veš o Eulerjevem problemu za grafe?

26. september 1995

Kaj je to induktivni razred? Kdaj je induktivni razred dvoumen? Kako lahko odpravimo dvoumnost?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o delnih urejenostih?
Kaj veš o konènih grupah?
Kaj veš o ravninskih grafih?

17. junij 1996

Kaj je to sklep? Kdaj je sklep pravilen/veljaven? Kaj je to dokaz? Kako sta oba pojma povezana?
Kaj je to ovojnica relacije? Kaj veš o tranzitivni ovojnici dane relacije?
Kaj je to homomorfizem grupoidov? Kakšne vrste homomorfizmov poznaš? Kaj je to kongruenèna relacija? Kako sta povezana pojma kongruenène relacije in homomorfizma?
Kaj veš o ravninskih grafih?

25. september 1997

Kaj je to dokaz? Kaj nam omogoèa?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o njih?
Kaj je to kongruenèna relacija? Kaj nam omogoèa? Kaj veš o njih?
Kaj veš o povezanosti v grafih?

16. junij 1998

Kaj je dokaz? Kaj nam omogoèa? Kaj veš o njem?
Kaj je delna urejenost? Kaj veš o njih?
Kaj je to kongruenèna relacija? Kaj je to homomorfizem grupoidov? Kaj veš o njih?
Kdaj je graf ravninski? Kaj veš o ravninskih grafih?

1. julij 1998

Kaj je induktivna posplošitev? Kaj nam omogoèa?
Kaj je to delna urejenost? Kaj veš o njej? Katere podvrste delnih urejenosti poznaš?
Kaj so to konène grupe? Kaj veš o njih?
Kaj sta Eulerjev in Hamiltonov problem za grafe? Kaj veš o njiju?

DISKRETNE STRUKTURE - izpit iz teorije 11.9.2002

1. Dvoumnost pri induktivnih razredih:

- Kdaj je objekt induktivnega razreda dvoumen?
- Kdaj je induktivni opis razreda dvoumen?
- Navedi (z utemeljitvijo) kak primer dvoumno opisanega induktivnega razreda!

2. Delna urejenost:

- Kdaj recemo, da relacija R delno ureja množico A ?
- Naved kak primer množice A in relacije R , ki množico A ureja delno, ne pa tudi linearno!

c) Naj bo množica A delno urejena z relacijo R ; kdaj recemo, da je a (element) A maksimalen element množice A glede na relacijo R ?

3. Grupe:

a) Kaj je to grupa?

b) Navedi zgled končne grupe in zgled neskončne grupe!

c) Naj bo G grupa; kaj je to red elementa a (element) G ?

4. Ravninski grafi:

a) Kaj je to ravninski graf?

b) Navedi Eulerjevo formulo - ali velja za vse ravninske grafe?

c) Kolikšno je največje možno število povezav ravninske grafa z n točkami?

11. 09. 2001

1. **Logika**

Nastej in opiši vsaj 6 osnovnih izjavnih povezav. Kdaj rečemo da je sklep

$A_1, A_2, \dots, A_n \models B$

veljaven? Naštej bistvene razlike med predikatnim in izjavnim računom.

2. **Množice**

Kaj je to funkcija iz A v B ? Kdaj je funkcija injektivna? Kako je definiran kartezični product dveh množic? Opiši pojem moči množice. Primerjaj po moči naslednje množice:

$[1, 2]$, \mathbb{N} , $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $\mathbb{Z} \times \{0, 1, 2, 3\}$

(mišljeno kot naravna števila, iracionalna (I think :p) pa cela)

3. **Algebrske strukture**

Kaj je to kolobar? Navedi primer kolobarja z enoto in primer kolobarja brez enote! Kdaj pravimo da je element kolobarja obrnljiv? Pošči vse obrnljive elemente kolobarja $(\mathbb{Z}_{20}, +_{20}, *_{20})$ (mišljeno po modulu 20)!

Koliko rešitev ima lahko enačba $a *_{20} x = b$ v kolobarju $(\mathbb{Z}_{20}, +_{20}, *_{20})$

4. **Ravninski grafi**

Kdaj pravimo da je graf ravninski? Kaj pravi Eulerjeva formula za ravninske grafe? Kaj pravi izrek Kuratowskega in zakaj je pomemben? Ali obstaja 4-regularen ravninski graf na 10 točkah (konstruiraj ga, ali pa dokaži da ne obstaja)? Kaj pa 6-regularen ravninski graf na 10 točkah?

15. 06. 2001

1. **Sklepanje v izjavnem računu**

Kdaj rečemo, da je sklep $A_1, A_2, \dots, A_n \models B$ veljaven? Kako v gornjem sklepu imenujemo izjavne izraze A_1, A_2, \dots, A_n in kako izraz B ? Kako lahko pojem veljavnega sklepa povežemo s pojmom tautologije?

Naštej vsaj 5 pomembnejših pravil sklepanja (navedi pravilo in tudi njegovo ime, če ga ima)! Kako pokažemo, da sklep $A_1, A_2, \dots, A_n \models B$ ni veljaven?

2. **Funkcije in relacije**

Kaj je to funkcija iz A v B ? Kdaj je funkcija injektivna? Opiši zvezo med funkcijami in relacijami.

Koliko je vseh relacij med elti množic A in B , če je $|A| = 20$ in $|B| = 25$?

3. **Algebrske strukture**

Kaj je to grupa? Navedi primer dveh grup moči 24, ene komutativne in ene, ki ni komutativna. Kaj je to obseg? Kaj veš o končnih obsegih (4 pomembne lastnosti)?

4. **Euler in Hamilton**

O čem govori Eulerjeva naloga za graf? Kaj sprašuje Hamiltonov problem za grafe? Natančno navedi izrek, ki opisuje Eulerjeve grafe! Opiši preprost potreben pogoj za obstoj Hamiltonovega cikla oz. poti v grafu, ki smog a spoznali na predavanjih? Navedi primer ravninskega Eulerjevega grafa, ki nima Hamiltonove poti.

24. 09. 2001

1. **Logika in induktivni razredi**

Kaj je to induktivna posplošitev? Kdaj pravimo da je induktivni razred dvoumen? Kdaj je nabor izjavnih povezav popoln? Naštej vsaj tri popolne nabore izjavnih povezav!

2. **Relacije**

Kdaj je dvomestna relacija ekvivalenčna? Kaj je to ekvivalenčni razred? Definiraj kompozitum (ali produkt) relacij R in Q ! Ali je kompozitum tranzitivnih relacij nujno tranzitivna relacija?

3. **Algebrske strukture**

Kaj je monoid? Navedi primer monoida, ki ni grupa! Kaj je to obseg? Kdaj pravimo da je polinom s

koeficienti iz komutativnega obsega nerazcepen? Navedi primer nerazcepnega polinoma stopnje 3 s koeficienti iz obsega $Z_5 (=GF(5))!$ Utemelji, da je polinom res nerazcepen!

4. **Teorija grafov**

Kdaj pravimo da sta grafa G in H izomorfna? Navedi primer dveh grafov z enakim številom točk in enakim številom povezav, ki nista izomorfna! Kakšni grafi so drevesa (navedi vsaj dve enakovredni definiciji)? Kaj znaš povedati o kromatičnem številu in kromatičnem indeksu grafa, ki je drevo?

11. 02. 2000

1. **Induktivni razredi**

Kako podamo induktivni razred? Kaj je to konstrukcijsko zaporedje? Kaj je to induktivna posplošitev? Kdaj rečemo, da je pravilo P razreda I_1 izrazljivo v I_2 ? V kakšnem odnosu sta razreda I_1 in I_2 , če imata enako bazo in so vsa pravila I_1 izrazljiva v I_2 ?

2. **Funkcije**

Kaj je to funkcija iz A v B ? Kdaj je neka relacija R (podmnožica) $A \times B$ tudi funkcija iz A v B ? Kdaj je funkcija $f: A \rightarrow B$ surjektivna? Kaj lahko poveš o funkcijah $f: B \rightarrow C$ in $g: A \rightarrow B$, če je njun kompozitum $f \circ g$ bijektiven? Koliko je vseh funkcij iz A v B , če je število eltov množice enako k , množice B pa n ?

3. **Algebrske strukture**

Kaj je to kolobar? Kaj so to obrnljivi elti kolobarja? Kaj veš o rešljivosti enačbe $ax + by = c$ (neznanki sta x in y) v kolobarju celih števil? Kateri leti kolobarja Z_{10} z operacijama seštevanja in množenja po modulu 10 so obrnljivi?

4. **Ravninski grafi**

Kdaj je graf ravninski? Kaj pravi Eulerjeva formula? Kaj pravi izrek Kuratowskega in zakaj je pomemben? Kaj veš o barvanju točk grafov? Kateri polni dvodelni grafi $K_{a,b}$ so ravninski?