1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 10. december 1998

1. Induktivni razred $\mathcal{I}$ nad abecedo $\Sigma = \{a, b, c\}$ je podan z bazo B in pravili P_1, P_2, P_3 in P_4.

$$\begin{array}{rcl}
B & : & \varepsilon \\
P_1 & : & X \in \mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad aaXcb \in \mathcal{I} \\
P_2 & : & Xba \in \mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad X \in \mathcal{I} \\
P_3 & : & acX \in \mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad X \in \mathcal{I} \\
P_4 & : & XYZ \in \mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad XZY \in \mathcal{I}
\end{array}$$

   (a) Ali besede *abcbaac*, *bcaaca*, *aaabcccb* pripadajo $\mathcal{I}$?

   (b) Ali je opis $\mathcal{I}$ dvoumen?

   (c) Poišči konceptualen opis razreda $\mathcal{I}$.

2. Ali je dani sklep pravilen? Dokaži ali ovrzi.

$$\neg p \vee \neg s \ , \ \neg r \Rightarrow s \ , \ r \Rightarrow (\neg q \Rightarrow t) \ , \ (\neg s \wedge t) \Rightarrow \neg p \quad \models \ \neg p \vee q$$

3. Izjavna povezava $*$ je definirana na naslednji način:

$$p * q \overset{\text{def}}{=} p \uparrow \neg q \Rightarrow 0$$

   (a) Ali je nabor $\{*, \Rightarrow\}$ poln? Kaj pa nabor $\{*, \vee\}$?

   (b) Izjave A_i, $i \in \mathbb{N}$, rekurzivno definiramo z

$$\begin{array}{l}
A_1 := a \ , \\
A_k := a * A_{k-1} \quad \text{za } k \geq 2.
\end{array}$$

   Čemu je enakovredna izjava A_n?

4. Ali sta dani izjavni formuli enakovredni?

   (a) $\forall x : (A(x) \Rightarrow B(x))$ in $\exists x : A(x) \Rightarrow \forall x : B(x)$

   (b) $\exists x : (C(x) \Rightarrow D(x))$ in $\forall x : C(x) \Rightarrow \exists x : D(x)$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Vse odgovore dobro utemelji!

1. kolokvij iz Diskretnih struktur — **skupina A**
Ljubljana, 2. decembra 1999

1. Induktivni razred $\mathcal{I}$ je podan takole:

   B. λ, a, c.
   P1. $bX \in \mathcal{I} \Longrightarrow abX \in \mathcal{I}$
   P2. $bX \in \mathcal{I} \Longrightarrow cbX \in \mathcal{I}$
   P3. $X \in \mathcal{I} \Longrightarrow bbX \in \mathcal{I}$

   (a) Katere izmed naslednjih besed pripadajo razredu $\mathcal{I}$?

   $$babbbcabbbca,\ bbabbcbbabb,\ bbabbcbbca.$$

   (b) Poišči ustrezni konceptualni opis $\mathcal{K}$ za razred $\mathcal{I}$.

   (c) Pokaži, da je razred $\mathcal{I}$ nedvoumen! Poišči dvoumen opis razreda $\mathcal{K}$.

2. Ali je veljaven naslednji sklep:

   $$r \Rightarrow \neg(p \vee s),\ t \vee s \Rightarrow q,\ (r \Rightarrow q) \Leftrightarrow u\ \models\ p \vee t \Rightarrow u.$$

3. Naj bo

   $$A(p,q,r) \equiv ((p \Rightarrow q) \Rightarrow p) \Rightarrow \neg r.$$

   (a) Izračunaj $A(A(p,q,p),0,A(q,p,q))$.

   (b) Kateri izmed naslednjih naborov $\{A\}$, $\{A,0\}$ in $\{A,1\}$ so polni?

4. Ali je veljaven naslednji sklep:

   $$\forall x\colon(S(x) \Rightarrow P(x)),\ \forall y\colon(Q(y) \vee R(y) \Rightarrow \neg S(y)),\ \exists y\colon S(y)\ \models\ \exists x\colon(P(x) \wedge Q(x)).$$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Odgovore dobro utemelji!!
Rezultati bodo dostopni preko `www.fmf.uni-lj.si/~fijavz/` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz Diskretnih struktur — **skupina B**
Ljubljana, 2. decembra 1999

1. Induktivni razred $\mathcal{I}$ je podan takole:

   B. λ.

   P1. $X \in \mathcal{I} \Longrightarrow Xb \in \mathcal{I}$

   P2. $X \in \mathcal{I} \Longrightarrow Xa \in \mathcal{I}$

   P3. $X \in \mathcal{I} \Longrightarrow cXc \in \mathcal{I}$

   (a) Katere izmed naslednjih besed pripadajo razredu $\mathcal{I}$?

   $$babac,\ bcbcaba,\ cccbcca,\ ccccacbccbc.$$

   (b) Poišči ustrezni konceptualni opis $\mathcal{K}$ za razred $\mathcal{I}$.

   (c) Ali je razred $\mathcal{I}$ dvoumen?

2. Ali je veljaven naslednji sklep:

   $$w \Leftrightarrow (s \Rightarrow r),\ \neg r \Rightarrow \neg t \wedge q,\ p \vee t \Rightarrow \neg s,\ \models\ (q \Rightarrow p) \Rightarrow w.$$

3. Naj bo

   $$A(p,q,r) \equiv q \Rightarrow ((\neg r \Rightarrow q) \Rightarrow \neg p).$$

   (a) Izračunaj $A(A(q,p,q),1,A(p,q,p))$.

   (b) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A,\wedge\}$ in $\{A,\vee\}$ so polni?

4. Ali sta naslednji formuli enakovredni?

   $$\forall x \exists y\colon (A(x) \Leftrightarrow B(y)) \quad \text{in} \quad \exists y \forall x\colon (A(x) \Leftrightarrow B(y)).$$

   Kaj pa formuli

   $$\forall x \exists y\colon (A(x) \vee B(y)) \quad \text{in} \quad \exists y \forall x\colon (A(x) \vee B(y))?$$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Odgovore dobro utemelji!!
Rezultati bodo dostopni preko `www.fmf.uni-lj.si/~fijavz/` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz Diskretnih struktur — **skupina C**
Ljubljana, 6. decembra 1999

1. Induktivni razred $\mathcal{I}$ je podan takole:

   B. aba.

   P1. $X, Y \in \mathcal{I} \Longrightarrow XaY \in \mathcal{I}$

   P2. $XabY \in \mathcal{I} \Longrightarrow XY \in \mathcal{I}$

   P2. $X \in \mathcal{I} \Longrightarrow Xba \in \mathcal{I}$

   (a) Katere izmed naslednjih besed pripadajo razredu $\mathcal{I}$?

   $$aa,\ aaabbaaa,\ aaaaaaa,\ aaaba,\ aaabaaba.$$

   (b) Ali je

   $$\mathcal{K} = \{a^{n_1}ba^{n_2}b\ldots ba^{n_{k-1}}ba^{n_k} \mid k \geq 1 \text{ in za } i = 1, \ldots, k \text{ je } n_i \text{ liho število}\}$$

   konceptualni opis razreda $\mathcal{I}$?

2. Ali je veljaven naslednji sklep:

   $$s \wedge (t \Rightarrow \neg r),\ \neg((p \wedge w) \wedge (s \Rightarrow q)),\ p \vee s \Rightarrow \neg t \wedge w \ \models\ (q \Leftrightarrow p) \Rightarrow r.$$

3. Izjavo B_n definiramo s predpisom:

   $$B_n \equiv b_0 \Leftrightarrow b_1 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow b_{n-1} \Leftrightarrow b_n \Leftrightarrow b_{n-1} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow b_1 \Leftrightarrow b_0.$$

   Pokaži, da sta pri poljubnem $n \geq 0$ izjavi B_n in b_n enakovredni.

4. Ali je veljaven naslednji sklep:

   $$\forall x\colon(\neg P(x) \Rightarrow \neg R(x)),\ \forall y\colon(S(y) \Rightarrow Q(y)),\ \forall x\colon(S(x) \vee R(x)) \ \models\ \forall y\colon(P(y) \vee Q(y)).$$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Odgovore dobro utemelji!!
Rezultati bodo dostopni preko `www.fmf.uni-lj.si/~fijavz/` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 22. november 2000

1. Fibonaccijevo zaporedje $(a_n)_{n\geq 0}$ je rekurzivno podano takole:

   $a_0 = 0$, $a_1 = 1$,
   $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ za vsak $n \geq 2$.

   Dokaži, da za vsak $n \geq 1$ veljata naslednji zvezi :

   (a) $a_{n-1}a_{n+1} - a_n^2 = (-1)^n$;

   (b) $(3/2)^{n-2} \leq a_n \leq 2^{n-1}$.

2. Nad abecedo $\Sigma = \{a, b\}$ sta definirana induktivna razreda $\mathcal{I}$ in $\mathcal{J}$ takole (kjer ε predstavlja prazen niz):

$\mathcal{I}$	$\mathcal{J}$
$B_{\mathcal{I}}$: ε, aba	$B_{\mathcal{J}}$: ε
P_1: $XYZ \to Xa^2YbZ$	Q_1: $XYZ \to XZY$
P_2: $XYZ \to XbYa^2Z$	Q_2: $X \to a^2Xb$

   (a) Ugotovi, ali niza $a^2b^2a^6$ in $a^3b^3a^3$ pripadata razredu $\mathcal{I}$.

   (b) Dokaži, da pri poljubnem $n \geq 0$ velja $b^na^{2n} \in \mathcal{J}$.

   (c) Ali je $\mathcal{I} = \mathcal{J}$?

3. Dokaži naslednji sklep:

$$\neg q \Rightarrow (r \Rightarrow t)\,,\ \neg(t \wedge s) \Leftrightarrow p\,,\ s \vee r \Rightarrow p \wedge r \quad \models \quad s \Rightarrow (p \wedge q).$$

4. Trimestna izjavna povezava A je definirana z naslednjim predpisom:

$$A(p, q, r) \ \equiv\ (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge r).$$

   (a) Ali lahko z uporabo povezave A izraziš implikacijo $p \Rightarrow q$?

   (b) Kateri izmed naslednjih naborov $\{A\}$, $\{A, 0\}$, $\{A, 1\}$ je poln?

   (c) Poenostavi naslednji izraz:

$$A(A(p, q, p), q, A(p, q, p)).$$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Odgovore dobro utemelji!!
Rezultati bodo dostopni preko `www.fmf.uni-lj.si/~fijavz/` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 29. november 2001

1. Nad abecedo $\Sigma = \{a, b\}$ definiramo induktivni razred $\mathcal{I}$ takole:

   B: ab, ba
   P_1: $Xab \to XXab$
   P_2: $Xba \to abaXb$
   P_3: $aXb \to baXba$

   (a) Ugotovi, kateri izmed nizov *ababa*, *abbaab* in *abababab* pripadajo razredu $\mathcal{I}$.

   (b) Poišči konceptualni opis razreda $\mathcal{I}$!

   (c) Ali je razred $\mathcal{I}$ dvoumen?

2. Nad množico naravnih števil $\{0, 1, 2, \ldots\}$ definiramo induktivni razred $\mathcal{I}$ tako:

   B: 1
   P_1: $n \to 2n$
   P_2: $2^n \to n$

   Pokaži, da so v $\mathcal{I}$ vsa naravna števila.

3. Trimestni izjavni veznik f je definiran z naslednjim predpisom:

   $$f(p, q, r) \;\equiv\; p \vee (q \wedge \neg r).$$

   (a) Poenostavi izraz $f(p, q, p)$.

   (b) Naj velja $P_0 \equiv q$, $P_1 \equiv p$ in za $n \geq 2$ rekurzivna zveza

   $$P_n \equiv f(\neg P_{n-1}, P_{n-2}, \neg P_{n-1}).$$

   Izračunaj P_{2001}.

   (c) Kateri izmed naborov $\{f, \neg\}$, $\{f, \vee\}$, $\{f, \Rightarrow\}$ so polni?

4. Pokaži, da iz predpostavk

   $(t \wedge q) \Rightarrow (v \vee s)$, $s \vee t$, $p \wedge q$, $(p \vee t) => \neg s$

   sledi zaključek v.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Odgovore dobro utemelji!
Rezultati bodo dostopni na `vstudent.fmf.uni-lj.si` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin, namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 20. november 2002

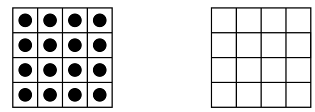
1. Induktivni naravnih števil $\mathcal{J}$ ima v bazi število 1, določajo pa ga pravila:

   Q_1: $n \to n+5$
   Q_2: $n \to n+7$
   Q_3: $n \to n+9$

   (a) Katera od števil 14, 15, 16, 17 in 18 pripadajo razredu $\mathcal{J}$?

   (b) Pokaži, da obstaja največje naravno število N, ki ne pripada $\mathcal{J}$. ($\mathcal{J}$ vsebuje vsa naravna števila, ki so večja od N.)

2. Baza induktivnega razreda $\mathcal{I}$ šahovnic velikosti 4×4 s krožci vsebuje polno in prazno šahovnico. Prikazani sta na desni sliki. Pravila so štiri, delujejo v obe smeri, poleg tega pa jih lahko uporabljamo tudi zasukano (levo in desno 2×2 šahovnico v opisu pravila hkrati zasukamo za kot 0, 90, 180 ali 270 stopinj). Prikazana so spodaj.



   (a) Pokaži, da nobena šahovnica iz $\mathcal{I}$ ne vsebuje natanko dveh krožcev.

   (b) Poišči konstrukcijsko zaporedje za katerokoli izmed šahovnic z enim samim krožcem.

   (c) Pokaži, da induktivni razred $\mathcal{I}$ vsebuje vse šahovnice z enim krožcem.

3. Dan je veznik $A(p,q,r) \equiv p \veebar (q \vee r)$. Za nabora $\{A,1\}$ in $\{A,\wedge\}$ določi, če sta polna ali ne. Z vezniki iz polnega nabora izrazi veznik $\uparrow$.

4. Pokaži, da iz predpostavk

   $(r \Rightarrow s) \;\Rightarrow\; w,$
   $r \;\Rightarrow\; t \wedge q,$
   $p \vee \neg t \;\Rightarrow\; s$

   logično sledi zaključek $(q \Rightarrow p) \;\Rightarrow\; w \vee t$.

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega A4 lista z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na `matematika.fri.uni-lj.si` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin, namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*

1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 1. december 2003

1. Induktivni razred celih števil $\mathcal{S} \subseteq \mathbb{Z}$ je določen z naslednjimi podatki:
$$\begin{array}{ll} B: & -16,\ 20 \\ Q_1: & n \to n+6 \\ Q_2: & n \to n+18 \\ Q_3: & n \to n-9 \end{array}$$

   (a) Katera od števil 0, 14, 2, -11 pripadajo razredu $\mathcal{S}$?

   (b) Ali je $\mathcal{S}$ dvoumen?

   (c) Poišči konceptualni opis razreda $\mathcal{S}$.

2. Razred besed $\mathcal{I}$, sestavljenih s črk a, b in c, je podan s konceptualnim opisom

   > $\mathcal{I}$ vsebuje vse besede iz črk a, b in c, ki imajo na vseh sodih mestih črko a in ne vsebujejo dveh zaporednih a-jev.

   Zgledi: niza *baca* in *bacab* razredu $\mathcal{I}$ pripadata, nizi *abaca*, *baabc*, *babcba* pa ne.

   Poišči induktivni opis razreda $\mathcal{I}$ in pokaži, da je tvoj opis ustrezen. Kako bi v svojem opisu razreda $\mathcal{I}$ zgradil besedo *babacabac*?

3. Trimestni izjavni veznik T definiramo kot
$$T(p, q, r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow \neg r\,.$$

   (a) Kateri izmed naborov $\{T\}$, $\{T, 0\}$, $\{T, \Rightarrow\}$ so polni?

   (b) Izrazi disjunkcijo $p \vee q$ samo z uporabo veznika T.

   (c) Določi T_{2003}, če je $T_0 \sim q$ in za $n \geq 0$ velja $T_{n+1} \sim T(p, p, T_n)$.

4. Ali je pravilen naslednji sklep?
$$p \Rightarrow (r \vee \neg s)\,,\ p \vee q \vee s\,,\ (q \wedge \neg r) \vee s\,,\ p \Leftrightarrow (q \vee r) \quad \models \quad p \wedge q$$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega A4 lista z obrazci.

Odgovore dobro utemelji!

Rezultati bodo dostopni na `matematika.fri.uni-lj.si` *in na oglasni deski za matematiko na FRI. Obenem bo objavljen tudi termin, namenjen ogledu izdelkov in morebitnim pritožbam na rezultate.*