

## ZAKONI IZJAVNEGA RAČUNA

- Zakon dvojne negacije:  $\neg\neg A \sim A$
- Idempotenca:  $A \wedge A \sim A \quad A \vee A \sim A$
- Komutativnost:  $A \wedge B \sim B \wedge A \quad A \vee B \sim B \vee A$   
 $A \Leftrightarrow B \sim B \Leftrightarrow A$
- Asociativnost:  $(A \wedge B) \wedge C \sim A \wedge (B \wedge C)$   
 $(A \vee B) \vee C \sim A \vee (B \vee C)$   
 $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C \sim A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow C)$
- Absorpcija:  $A \wedge (A \vee B) \sim A \quad A \vee (A \wedge B) \sim A$
- Distributivnost:  $(A \vee B) \wedge C \sim (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$   
 $(A \wedge B) \vee C \sim (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
- de Morganova zakona:  $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$   
 $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
- Kontrapozicija:  $A \Rightarrow B \sim \neg B \Rightarrow \neg A$
- Lastnosti 0 in 1:  $A \Rightarrow A \sim 1 \quad A \Leftrightarrow A \sim 1$   
 $A \vee \neg A \sim 1 \quad A \wedge \neg A \sim 0$
- Še lastnosti 0 in 1:  $A \wedge 0 \sim 0 \quad A \vee 0 \sim A$   
 $A \wedge 1 \sim A \quad A \vee 1 \sim 1$   
 $A \Rightarrow 0 \sim \neg A \quad 0 \Rightarrow A \sim 1$   
 $A \Rightarrow 1 \sim 1 \quad 1 \Rightarrow A \sim A$
- Lastnosti implikacije:  $A \Rightarrow B \sim \neg A \vee B$   
 $\neg(A \Rightarrow B) \sim A \wedge \neg B$
- Lastnosti ekvivalence:  $A \Rightarrow B \sim (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$   
 $A \Leftrightarrow B \sim (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$   
 $\neg(A \Leftrightarrow B) \sim \neg A \Leftrightarrow B$

## ZAKONI PREDIKATNEGA RAČUNA

- Kvantifikatorja in negacija:  $\neg \forall x P(x) \sim \exists x \neg P(x)$   
 $\neg \exists x P(x) \sim \forall x \neg P(x)$
- Komutativnost istoverstnih kvantifikatorjev:  $\forall x \forall y P(x, y) \sim \forall y \forall x P(x, y)$   
 $\exists x \exists y P(x, y) \sim \exists y \exists x P(x, y)$
- Univerzalni kvantifikator in konjunkcija:  $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \sim \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$
- Ekzistenčni kvantifikator in disjunkcija:  $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \sim \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
- Naslednje enakovrednosti veljajo samo, če spremenljivka  $x$  v formuli  $W$  ne nastopa:  $\forall x (W \wedge P(x)) \sim W \wedge \forall x P(x)$   
 $\forall x (W \vee P(x)) \sim W \vee \forall x P(x)$   
 $\exists x (W \wedge P(x)) \sim W \wedge \exists x P(x)$   
 $\exists x (W \vee P(x)) \sim W \vee \exists x P(x)$

## Trije novi izjavni vezniki

| $A$ | $B$ | $A \dot{\vee} B$ | $A \dot{\wedge} B$ | $A \dot{\Rightarrow} B$ |
|-----|-----|------------------|--------------------|-------------------------|
| 0   | 0   | 0                | 1                  | 1                       |
| 0   | 1   | 1                | 1                  | 0                       |
| 1   | 0   | 1                | 1                  | 0                       |
| 1   | 1   | 0                | 0                  | 0                       |

## Zakoni s temi novimi vezniki

|                         |   |
|-------------------------|---|
| ekskluzivna disjunkcija | $A \dot{\vee} B \sim \neg(A \Rightarrow B)$<br>$A \dot{\vee} B \sim B \dot{\vee} A$<br>$(A \dot{\vee} B) \dot{\vee} C \sim A \dot{\vee} (B \dot{\vee} C)$ |
| Shefferjev veznik       | $A \dot{\wedge} B \sim \neg(A \dot{\vee} B)$<br>$A \dot{\wedge} B \sim B \dot{\wedge} A$  |
| Porcovoz veznik         | $A \dot{\Rightarrow} B \sim \neg(A \dot{\vee} B)$<br>$A \dot{\Rightarrow} B \sim B \dot{\Rightarrow} A$   |

$$A \dot{\vee} B \sim \neg(A \Rightarrow B) \quad A \dot{\wedge} B \sim \neg(A \dot{\vee} B) \quad A \dot{\Rightarrow} B \sim \neg(A \dot{\vee} B)$$

## PRAVILA SKLEPANJA

|                                    |                           |                        |    |
|------------------------------------|---------------------------|------------------------|----|
| $A, A \Rightarrow B$               | $\models B$               | modus ponens           | MP |
| $A \Rightarrow B, \neg B$          | $\models \neg A$          | modus tollens          | MT |
| $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C$ | $\models A \Rightarrow C$ | hipotetični silogizem  | HS |
| $A \vee B, \neg A$                 | $\models B$               | disjunktivni silogizem | DS |
| $A, B$                             | $\models A \wedge B$      | združitve              | Zd |
| $A \wedge B$                       | $\models A$               | ponostavitve           | Po |
| $A$                                | $\models A \vee B$        | pridružitve            | Pd |

## Polni nabori izjavnih veznikov

$\{\neg, \wedge, \vee\}$ ,  $\{\neg, \vee\}$ ,  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\neg, \Rightarrow\}$ ,  $\{0, \Rightarrow\}$   $\{\neg, \dot{\vee}\}$

$\{A, N, 1\}$  ni poln, kr  $A$  ni poln,  $N$  tudi ni ker ohranja vrednost, 1 pa nič ne pove  
 $\{A, 0\}$  je poln, saj lahko z veznikom  $A$  izrazimo implikacijo  
 $\{A, < \Rightarrow\}$  ni poln ker  $A$  ni, ekvivalenca pa tu ni kr ohranja vrednost  
 $\{A, \neg\}$  je poln: negacijo se da izraziti, lahko izrazimo tudi  $\vee$

## ENAKOSTI Z MNOŽICAMI

- Zakon dvojnega komplementa:  $(A^c)^c = A$
- Idempotenca:  $A \cap A = A \quad A \cup A = A$
- Komutativnost:  $A \cap B = B \cap A \quad A \cup B = B \cup A$   
 $A + B = B + A$
- Asociativnost:  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$   
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
 $(A + B) + C = A + (B + C)$
- Absorpcija:  $A \cap (A \cup B) = A \quad A \cup (A \cap B) = A$
- Distributivnost:  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$   
 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$   
 $(A + B) \cap C = (A \cap C) + (B \cap C)$
- de Morganova zakona:  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$   
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- Kontrapozicija:  $A \subseteq B \sim B^c \subseteq A^c$
- Lastnosti prazne množice  $\emptyset$  in univerzalne množice  $S$ :  
 $A \cup A^c = S \quad A \cap A^c = \emptyset$   
 $A + A = \emptyset \quad A + A^c = S$
- Še lastnosti  $\emptyset$  in  $S$ :  $A \cap \emptyset = \emptyset \quad A \cup \emptyset = A$   
 $A \cap S = A \quad A \cup S = S$
- Lastnosti vsebovanosti:  
 $A \subseteq B \sim A \cup B = B \sim A \cap B = A \sim A \setminus B = \emptyset$   
če  $A \subseteq B$ , potem  $A \cup C \subseteq B \cup C$   
če  $A \subseteq B$ , potem  $A \cap C \subseteq B \cap C$   
 $A \cap B \subseteq A, B \subseteq A \cup B$
- Lastnosti različne množice:  $A \setminus B = A \cap B^c$
- Lastnosti simetrične različice:  $A + B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$   
 $A + B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$