Diskretne strukture

Gašper Fijavž

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

6. oktober 2008

Izjave

Izjava je stavek, ki je bodisi resničen bodisi neresničen.
Vsak stavek ni izjava:

- *Zapri vrata!*
- *Ta stavek ni resničen.*

Izjave

Izjave delimo po *vsebini* na

- *resnične* (imajo vrednost 1) in
- *neresnične* (imajo vrednost 0)

ter *obliki* na

- *osnovne* (tudi *enostavne*) in
- *sestavljene*.

Izjave

Zgledi osnovnih izjav:

- *Zunaj sije sonce.*
- *Peter sedi na vrtu.*

Zgledi sestavljenih izjav:

- *Če zunaj sije sonce, Peter sedi na vrtu.*
- *Peter sedi na vrtu in zunaj sije sonce.*
- *Ni res, da zunaj sije sonce.*

Izjavni vezniki

Izjave sestavljamo s pomočjo *izjavnih veznikov* (tudi *izjavnih povezav, logičnih veznikov*).
Izjavni vezniki so:

- *enomestni* (npr. *ne*)
- *dvomestni* (npr. *in, ali, če... potem..., niti... niti...*)
- *tromestni,...*

Izjavni vezniki

Resničnost sestavljene izjave je odvisna samo od resničnosti sestavnih delov. Zato izjavne veznike definiramo s pomočjo *resničnostnih tabel*.

- negacija $\neg$
- konjunkcija $\wedge$
- disjunkcija $\vee$
- implikacija $\Rightarrow$
- ekvivalenca $\Leftrightarrow$

Negacija

Negacija izjave A, $\neg A$, beremo "*Ne A*".

$\neg A$ je resnična natanko tedaj, ko je A neresnična.
Definirana je z naslednjo pravilnostno tabelo:

A	$\neg A$
0	1
1	0

Negacija je *enomestni* izjavni veznik.

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B, označimo jo z $A \wedge B$, in beremo "*A in B*".

$A \wedge B$ je resnična n.t., ko sta obe izjavi A in B resnični.
Definirana je z naslednjo pravilnostno tabelo:

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B, označimo jo z $A \vee B$, in beremo "*A ali B*".

$A \vee B$ je resnična n.t., ko je vsaj ena od izjav A ali B resnična.
Definirana je z naslednjo pravilnostno tabelo:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Implikacija

Implikacija izjav A in B, označimo jo z $A \Rightarrow B$, in beremo
"*Iz A sledi B*" "*Če A potem B*" "*A implicira B*"

Izjavi A pravimo *antecedens* implikacije, izjavi B pa *konsekvens* implikacije $A \Rightarrow B$.
$A \Rightarrow B$ je neresnična samo v primeru, ko je izjava A resnična in izjava B neresnična.

Definirana je z naslednjo pravilnostno tabelo:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjav A in B, označimo jo z $A \Leftrightarrow B$, in beremo
"*A ekvivalentno B*"
"*A natanko tedaj, ko B*"
"*A , če in samo če B*".
$A \Leftrightarrow B$ je resnična n.t., ko imata obe izjavi A in B isto logično vrednost.
Definirana je z naslednjo pravilnostno tabelo:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Izjavni vezniki

Konjunkcija, disjunkcija, implikacija in ekvivalenca so *dvomestni* izjavni vezniki.

Dogovor o opuščanju oklepajev

Če ni z oklepaji drugače naznačeno, potem:

1. Negacija veže močneje kot konjunkcija,
   konjunkcija veže močneje kot disjunkcija,
   disjunkcija veže močneje kot implikacija in
   implikacija veže močneje kot ekvivalenca.
2. Istovrstni (dvomestni) vezniki vežejo od *leve proti desni*.

Izjavni izrazi

Osnovne izjave označujemo s črkami $p, q, r, \ldots$
Namesto o izjavah govorimo o *izjavnih izrazih*.

1. *Izjavni konstanti* 0 in 1, ki jima pravimo tudi *laž* in *resnica*, sta izjavna izraza.
2. *Izjavne spremenljivke* $p, q, r, \ldots$ so izjavni izrazi.
3. Če so $A_1, A_2, \ldots, A_n$ izjavni izrazi in je F n-mestni izjavni veznik, potem je $F(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ izjavni izraz.

Konstrukcijsko drevo in resničnostna tabela

Vsakemu izjavnemu izrazu pripada *konstrukcijsko drevo* in *resničnostna tabela*.

Tavtologija in protislovje

Izjavni izraz je *tavtologija*, če je resničen pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo.
Izjavni izraz je *protislovje*, če je neresničen pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo.
Izjavni izraz je *nevtralen*, če ni niti tavtologija niti protislovje.

Enakovredni izjavni izrazi

Izjavna izraza A in B sta *enakovredna*, če imata pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk enako vrednost.
V tem primeru pišemo $A \sim B$.

Enakovredni izjavni izrazi

Izrek

Izjavna izraza A in B sta enakovredna natanko tedaj, ko je izraz $A \Leftrightarrow B$ tavtologija.