Lastnosti relacij

naj bo $R \subseteq A \times A$ relacija v A. Pravimo, da ima R lastnost:

- refleksivnost $(I \subseteq R)$

$\boxed{\forall x \in A : xRx}$

v vsaki točki grafa G je zanka
(v matriki so na diagonalah enice)

- irefleksivnost $(R \cap I = \emptyset)$

$\boxed{\forall x \in A : \neg xRx}$

graf G je brez zank
(v matriki so na diagonalah so same ničle)

- simetričnost $(R = R^{-1})$

$\boxed{\forall x, y \in A : (xRy \Rightarrow yRx)}$

vse povezave v G nastopajo v parih - vse puščice so dvosmerne
(matrika simetrična glede na diagonalo)

- asimetričnost $(R \cap R^{-1} = \emptyset)$

$\boxed{\forall x, y \in A : \neg(xRy \Rightarrow yRx)}$

graf G je brez zank, nobena povezava ne nastopa v paru (na diagonalah ničle in izven diagonale ter simetrična (glede na diagonalo) postavljenih enic)

- antisimetričnost $(R \cap R^{-1} \subseteq I)$

$\boxed{\forall x, y \in A : (xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y)}$

nobena povezava ne nastopa v paru ne sme biti puščic v obe smeri

- tranzitivnost $(R * R \subseteq R)$

$\boxed{\forall x, y, z \in A : (xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz)}$

če iz neke točke pridemo v drugo v dveh korakih, lahko pridemo tudi v enem (po povezavi)

- intranzitivnost $((R * R) \cup R = \emptyset)$

$\boxed{\forall x, y, z \in A : (xRy \wedge yRz \Rightarrow \neg xRz)}$

če iz neke točke pridemo v drugo v dveh korakih, potem ne moremo priti v enem samem (po povezavi)

- sovisnost, primerljivost, polnost

$(I' \subseteq R \cup R^{-1})$

$\boxed{\forall x, y \in A : (x \neq y \Rightarrow xRy \vee yRx)}$

vsak par različnih točk je povezan s povezavo vsaj v eno smer-med vsakima dvema elementoma je puščica

- stroga sovistnost $(R \cup R^{-1} = T)$

$\boxed{\forall x, y \in A : (xRy \vee yRx)}$

vsak par različnih točk je povezan s povezavo vsaj v eno smer, v vsaki točki je zanka

*enolična

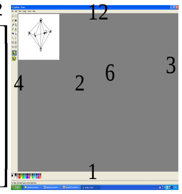
$\boxed{\forall x, y, z \in A : (xRy \wedge xRz \Rightarrow y = z)}$

iz vsake točke največ ena puščica (v vsaki vrstici največ ena enica)

Grafična in matrična predstavitev

- gledamo prvi stolpec, kjer so številke 1, 2, 3, 4, 6 in 12. Najprej pogledamo 1, iz grafa vidimo, da iz 1 gredo povezave v vse točke, zato v celi vrstici naredimo 1. Potem gedamo 2, glede na graf se vidi, da ima zanko (povezava sama vase), nato se poveže v 4, 6 in 12, tam naredimo enice, drugje ničle...

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 12 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$



$R^{+} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \ldots$

$R^{*} = id_R \cup R \cup R^2 \cup R^3 \cup \ldots$

$R = \{(a,b),(b,c)\}$

$aRb \quad bRc$

$A = \{1,2\}$

$id_A = \{(1,1),(2,2)\}$ (sama vase)

$\cup_A$ (univerzna relacija) $=$

$= \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$

(vsakega v vsakega)

Operacije z relacijami

- komplement $\boxed{R^c := (A \times A) \setminus R = U_A \setminus R}$
- inverzna relacija $\boxed{R^{-1} := \{(y,x);(x,y) \in R\}}$;

$xRy \Leftrightarrow yR^{-1}x$

- produkt relacij R in S

$\boxed{R * S := \{(x,z); \exists y (xRy \wedge ySz)\}}$;

$xR * Sz$ ntk $\exists y : (xRy \wedge ySz)$

Lastnosti operacij z relacijami

$(R^{-1})^{-1} = R \qquad (R * S)^{-1} = R^{-1} * S^{-1}$

$(R * S) * T = R * (S * T)$

$(R \cup S) * T = (R * T) \cup (S * T)$

$R * (S \cup T) = (R * S) \cup (R * T)$

$R * id_A = id_A * R = R$

$R \subseteq S : \ R * T \subseteq S * T : \ T * R \subseteq T * S$

$*R^{-1} * R \neq R^0 = id_A \qquad R * R^{-1} \neq R^0 = id_A$

Kompozitum funkcij in preslikav

- naj bosta $f : A \to B$ in $g : B \to C$, potem je $g \circ f$ preslikava iz A v C določena s predpisom:

$\boxed{g \circ f = f * g}$

- velja: $(g \circ f)(a) = g(f(a))$ za vse $a \in A$
- velja asociativnost: $\boxed{(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)}$
- lastnosti kompozituma:
  - * naj bo $f : A \to B$, potem je $f \circ id_A = id_B \circ f = f$
  - * trditev:
    - f, g injektivni $\Rightarrow$ $f \circ g$ injektivna
    - f, g surjektivni $\Rightarrow$ $f \circ g$ surjektivna
    - $f \circ g$ injektivni $\Rightarrow$ g injektivna
    - $f \circ g$ surjektivni $\Rightarrow$ f surjektivna

$\boxed{f^{-1} = f^{-1} \circ id_A = f^{-1} \circ (f \circ g) = (f^{-1} \circ f) \circ g = id_B \circ g = g}$

Funkcije in preslikave

- enolično relacijo imenujemo funkcija
- namesto xfy pišemo $y = f(x)$

Algebraična karakterizacija lastnosti relacij

1. refleksivna $\Longleftrightarrow id_A \subseteq R$
2. irefleksivna $\Longleftrightarrow R \cap id_A = \varnothing$
3. simetrična $\Longleftrightarrow R^{-1} = R$
4. asimetrična $\Longleftrightarrow R^{-1} \cap R = \varnothing$
5. antisimetrična $\Longleftrightarrow R^{-1} \cap R \subseteq id_A$
6. tranzitivna $\Longleftrightarrow R^2 \subseteq R$
7. intranzitivna $\Longleftrightarrow R \cap R^2 = \varnothing$
8. sovisna $\Longleftrightarrow id_A \cup R \cup R^{-1} = U_A$
9. strogo sovisna $\Longleftrightarrow R \cup R^{-1} = U_A$
10. enolična $\Longleftrightarrow R^{-1} * R \subseteq id_A$

Potence relacij

- naj bo $R \subseteq A \times A$, potem

$\boxed{R^0 = id_A}$, $\boxed{R^{n+1} = R^n * R}$,

če je $n \geq 0$ velja $\boxed{R^1 = R}$,

$\boxed{R^2 = R * R}$, ter za $m, n \geq 0$

tudi $\boxed{R^m * R^n = R^{m+n}}$

$\boxed{R^{-n} := (R^{-1})^n}$,

$\boxed{R^3 = (R * R) * R = R * (R * R)}$

Dirichletov princip

- velja tudi v malo bolj splošnem primeru. Če sta A in B končni množici z istim številom elementov in f preslika iz A v B, potem so zanjo naslednje lastnosti enakovredne: f je injektivna, f je surjektivna, f je bijektivna

* če pa je B neskončna množica, potem omenjene lastnosti v splošnem niso enakovredne

Ekvivalenčna relacija

- relacija je ekvivalenčna, če velja refleksivnost, simetričnost in tranzitivnost

Relacija urejenosti

- naj bo R relcija v množici A
- R delno ureja A, če je
  - * refleksivna
  - * antisimetrična
  - * tranzitivna
- R linearno ureja A
  - * R delno ureja A
  - * R sovisna

Pravimo tudi, da je R delna oziroma linearna urejenost v/na A

Ekvivalenčni razredi

- naj bo $R \subseteq A \times A$ je ekvivalenčna in $x \in A$

$R_{[x]} = \{y \in A; yRx\}$ je ekvivalenčni razred elementa x

$A/R = \{R_{[x]}; x \in A\}$ (množica vseh ekvivalenčnih razredov)

je faktorska (kvocientna) množica množice A po relaciji R

- primer: $[x] = \{x, -x\}$

Ekvivalenčni razredi, razbitje

- trditev: naj bo R ekvivalenčna relacija na A. Potem za poljubna $x, y \in A$ velja: $R_{[x]} = R_{[y]} \Longleftrightarrow xRy$
- izrek: naj bo R ekvivalenčna relacija na A. Potem je A/R razbitje množice A. $\{R_{[x]}; x \in A\}$ je razbitje A, če: $\bigcup_{x \in A} R_{[x]} = A \quad R_{[x]}$ neprazni če $R_{[x]} \neq R_{[y]} \Rightarrow R_{[x]} \cap R_{[y]}$

Lastnosti kongluenc

1) $a \equiv b (\operatorname{mod} m)$ ntk, a in b dasta pri deljenju z m isti ostanek

2) kongluenca po modulu m je ekvivalenčna relacija v $\mathbb{Z}$

3) $a \equiv b (\operatorname{mod} m) \rightarrow$
$\rightarrow a \pm c \equiv b \pm c (\operatorname{mod} m) \rightarrow$
$\rightarrow a \times c \equiv b \times c (\operatorname{mod} m) \rightarrow$
$\rightarrow a^n \equiv b^n (\operatorname{mod} m)$

4) $a \equiv b (\operatorname{mod} m), c \equiv d (\operatorname{mod} m) \rightarrow$
$\rightarrow a \pm c \equiv b \pm d (\operatorname{mod} m)$,
$a \times c \equiv b \times d (\operatorname{mod} m)$

5) $a \times c \equiv b \times c (\operatorname{mod} m), c \perp m$(tuje), potem $a \equiv b (\operatorname{mod} m)$

Usklajenost z operacijami

- trditev: kongruenca po modulu m je usklajena s seštevanjem in množenjem:

$[a] + [b] = [a + b]$ in $[a] \times [b] = [a \times b]$

$m = 5$

$[4] + [3] = [7]$

$[4] = \{\ldots, -6, -1, \ldots\}$

$[3] = \{\ldots, -1, -2, \ldots\}$

$[7] = \{\ldots -8, -3, \ldots\}$

To pomeni, da rezultat ni odvisen od tega, katerega predstavnika ekvivalentnega razreda uporabimo v računu

Deljivost in kongruence

- naj bosta $m, n \in \mathbb{Z}$. Pravimo, da m deli n, m/n, če obstaja tak $k \in \mathbb{Z}$, da je $n = k \times m$. To se zgodi ntk je ostanek pri deljenju števila n z m, $n \operatorname{mod} m$, enak 0
- naj bo $m \in \mathbb{N}, m \geq 2$. Celi števili a in b sta kongruentni po modulu m, če $m \setminus (a - b)$.

To se zgodi ntk dasta a in b pri deljenju z m isti ostanek.

Pišemo tudi: $a \equiv b (\operatorname{mod} m)$

- zgled:

$57 = 5 (\operatorname{mod} 13)$
$57 = 122 (\operatorname{mod} 13)$
$23 = 3 (\operatorname{mod} 10)$
$-8 = 2 (\operatorname{mod} 10)$
$55 = 2 (\operatorname{mod} 7)$

Moč končnih množic

- naj bo A končna množica. Potem $|A|$ označuje število elementov ali moč množice A
- naj bosta A in B končni množici. Pravimo, da sta A in B enako močni, A ~ B, če $|A| = |B|$
- zgledi: $|\varnothing| = 0 \qquad |\{0,1\}| = 2$

$|\{\{0,1\}\}| = 1$

- trditev: naj bodo A, B, C končne množice $\boxed{|A \times B| = |A| \times |B|}$ $\boxed{|PA| = 2^{|A|}}$

$\boxed{|\{f; f : A \to B\}| = |B^A| = |B|^{|A|}}$

če je $B \subseteq A$, potem je $|A \setminus B| = |A| - |B|$
V splošnem je: $|A \setminus B| = |A| - |A \cap B|$

če je $A \cap B = \varnothing$, potem je $|A \cup B| = |A| + |B|$
V splošnem je: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

Načelo vključitev in izključitev

- izrek: naj bo A končna množica in $A_1, A_2, \ldots, A_n \subseteq A$. Potem je

$|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \ldots - |A_{n-1} \cap A_n| + \ldots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n| =$

$= \sum_{i=0}^{n} (-1)^i S_i$, kjer je $S_k = \sum_{\substack{J \subseteq \{1,\ldots,n\} \\ |J| = k}} \left| \bigcap_{i \in J} A_i \right|$

Osnove teorije števil

- spodnji del $\rightarrow \lfloor x \rfloor = \max\{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$
- zgornji del $\rightarrow \lceil x \rceil = \min\{k \in \mathbb{Z} \mid k \geq x\}$
- gcd (največji skupni delitelj) $=$
$= \max\{d \in \mathbb{Z}; d / m \wedge d / n\}$
- lcm (najmanjši skupni večkratnik) $=$
$= \min\{v \in \mathbb{Z}; v > 0; m / v \wedge n / v\}$

Graf

- graf je urejen par $G = (V, E)$, kjer je: V neprazna končna množica točk (vozliač) grafa G

E množica povezav grafa G, pri čemer je vsaka povezava par točk

- zgled: $V = \{u, v, w, x, y\} \qquad E = \{\{u, v\}, \{u, w\}, \{v, w\}, \{v, x\}\}$
- pisava: namesto $e = \{u, v\}$ pišemo krajše $e = uv$ ali $e = vu$

V tem primeru pravimo, da sta točki u in v krajišči povezave e, povezava e povezuje točki u in v. Pravimo tudi, da sta u in v sosednji, kar označimo z u ~ v, ker sta krajišči iste povezave

- oznake: $V = V(G)$...množica točk grafa G

$E = E(G)$...množica povezav grafa G

Stopnje točk

- stopnja točke $v \in V(G)$ je število povezav, ki imajo v za krajišče. Stopnjo točke v označimo z deg(v).
- točka stopnje 0 je izolirana točka, točki stopnje 1 pravimo tudi list grafa
- graf G je regularen, če imajo vse njegove točke isto stopnjo
- graf G je d-regularen, če so vse točke grafa G stopnje d. (3- regularnim grafom pravimo tudi kubični grafi)
- izrek (Lema o parnosti - rokovanju)
  - naj bo G graf z n točkami in m povezavami.

    Potem je $\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = 2 \times m$
  - posledica: v vsakem grafu je sodo mnogo točk lihe stopnje
  - posledica: naj bo G d-regularen graf z n točkami in m povezavami.

    Potem je $n \times d = 2 \times m$

- največji skupni delitelj:
$D(506,152)$

$506 = \boxed{2} \times 11 \times 23$

$152 = \boxed{2} \times 2 \times 2 \times 19$

$D(506,152) = 2$

- najmanjši skupni večkratnik:
$v(506,152)$

$506 = 2 \times \boxed{11} \times \boxed{23}$

$152 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{19}$

$v(506,152) = 2^3 \times 11 \times 23 \times 19 = 38456$

- evklidov algoritem

$\gcd(153,372) = \boxed{3}$

$372 = 2 \times \boxed{153} + 66$

$\boxed{153} = 2 \times 66 + 21$

$66 = 3 \times 21 + \boxed{3}$

$21 = 7 \times 3 + 0$

- razširjeni evklidov algoritem

pogledaš, kolikokrat gre

$1 \times 372 + 0 \times 153 = 372$ 153 v 372 (2krat), s tem pomnožiš

$0 \times 372 + 1 \times 153 = 153$ drugi del in obadva

nato odštevaš, ponavljaš do konca...

$1 \times 372 + (-2) \times 153 = 66$

$(-2) \times 372 + 5 \times 153 = 21$

$7 \times 372 + (-17) \times 153 = \boxed{3}$

$(-51) \times 372 + 124 \times 153 = 0$

Rešitev: $7 \times 372 + (-17) \times 153 = \boxed{3}$

Lastnosti preslikav

- injektivnost $\boxed{\forall x,y \in Df : (f(x) = f(y) \Rightarrow x = y)}$

ali $\boxed{\forall x,y \in Df : (x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y))}$

Funkcija je injektivna, če vsaka vodoravna premica seka funkcijo NAJVEČ enkrat
(kadar so slike različnih elementov različne - ne sme biti ponovitev)

1	4	1	$\boxed{1}$
2	1	2	2
3	2	3	4
4	3	4	$\boxed{1}$
5	5	5	3

- surjektivnost $\boxed{Z_f = B}$

Funkcija je surjektivna, če vsaka vodoravna premica seka funkcijo VSAJ enkrat
(kadar se vse slike preslikajo v enake slike iz zaloge vrednosti)

1	3	1	$\boxed{6}$
2	1	2	1
3	2	3	4
4	4	4	2
5	5	5	3

- bijektivnost (injektivnost + surjektivnost)

Modul (mod)

$81 \equiv \boxed{4} \pmod{11}$

$81 : 11 = 7$

$7 \times 11 = 77$

$81 - 77 = \boxed{4}$

$2001^{2001} \equiv x \pmod{11}$

$\boxed{2}\begin{cases} 2001^0 \equiv 1 \pmod{11} \\ 2001^1 \equiv 10 \pmod{11} \end{cases}$

$2001^2 \equiv 100 \pmod{11}$
$\equiv 1 \pmod{11}$

$2001 : \boxed{2} = 100 + 1$

$2001^1 \equiv 10 \pmod{11}$

$\boxed{x = 10}$

$9^{8^{7^6}} \equiv x \pmod{11}$

$\boxed{5}\begin{cases} 9^0 \equiv 1 \pmod{11} \\ 9^1 \equiv 9 \pmod{11} \\ 9^2 \equiv 4 \pmod{11} \\ 9^3 \equiv 3 \pmod{11} \\ 9^4 \equiv 5 \pmod{11} \end{cases}$

$9^5 \equiv 1 \pmod{11}$

$\boxed{4}\begin{cases} 8^0 \equiv 1 \pmod{\boxed{5}} \\ 8^1 \equiv 3 \pmod 5 \\ 8^2 \equiv 4 \pmod 5 \\ 8^3 \equiv 2 \pmod 5 \end{cases}$

$8^4 \equiv 1 \pmod 5$

$\boxed{2}\begin{cases} 7^0 \equiv 1 \pmod{\boxed{4}} \\ 7^1 \equiv 3 \pmod 4 \end{cases}$

$7^2 \equiv 1 \pmod 4$

$9^{8^{7^6}}$ $\quad 6 : \boxed{2} = 3 + 0$

rezultat:

$7^0 \equiv \boxed{1} \pmod 4$

$8^{\boxed{1}} \equiv \boxed{3} \pmod 5$

$9^{\boxed{3}} \equiv 3 \pmod{11}$

$\boxed{x = 3}$

Števila med 1 in 1000, deljiva s 6,7 ali 10

$|A_6| = \left\lfloor \frac{1000}{6} \right\rfloor = 166$ (brez ostankov)

$|A_7| = \left\lfloor \frac{1000}{7} \right\rfloor = 142$

$|A_{10}| = \left\lfloor \frac{1000}{10} \right\rfloor = 100$

$|A_6 \cap A_7| = \left\lfloor \frac{1000}{v(6,7)} \right\rfloor = 23$

$|A_7 \cap A_{10}| = 33$

$|A_6 \cap A_{10}| = 14$

$|A_6 \cap A_7 \cap A_{10}| = 4$

$|A| = 166 + 142 + 100 - (23 + 33 + 14) + 4 = \boxed{342}$

Števila med 1 in 10^6, deljiva s 15, 21 in ne s 33

$|A_{15} \setminus A_{33}| = |A_{15}| - |A_{15} \cap A_{33}| = \left\lfloor \frac{10^6}{15} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{10^6}{v(15,33)} \right\rfloor = 60606$

$|A_{21} \setminus A_{33}| = 43290$

$|(A_{21} \cap A_{15}) \setminus A_{33}| = \left\lfloor \frac{10^6}{v(21,15)} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{10^6}{v(21,15,33)} \right\rfloor = 8658$

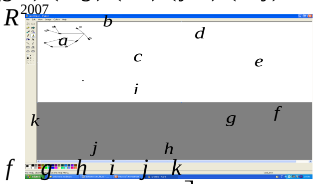
$|A_{15} \setminus A_{33}| + |A_{21} \setminus A_{33}| - |(A_{21} \cap A_{15}) \setminus A_{33}| = 60606 + 43290 - 8658 = \boxed{95238}$

Na množici $A = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ je dana relacija

$$R = \left\{ \begin{array}{l} (a,a),(b,b),(c,a),(c,b),(d,d),(e,c),(e,d),(e,f), \\ (e,g),(f,f),(g,i),(h,g),(i,k),(j,h),(k,j) \end{array} \right\}$$

Nariši graf relacije R^{2007}

Graf R:



Matrika relacije R^{2007} (R^2)
Gledamo kam lahko pridemo v dveh povezavah, tam naredimo enico

$$\begin{array}{c|ccccccccccc} & a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k \\ \hline a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$R^{2007} = \left\{ \begin{array}{l} (a,a),(b,b),(c,a),(c,b),(d,d),(e,a),(e,b),(e,d), \\ (e,f),(e,i),(f,f),(g,k),(h,i),(i,j),(j,g),(k,h) \end{array} \right\}$$

Matrika relacije R:

$$\begin{array}{c|ccccccccccc} & a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k \\ \hline a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Če hočemo narisati relacijo R^{2007}, moramo najprej to število nekoliko "zmanjšati". To naredimo tako, da najdemo en cikelj, če se da čim večji. V tem primeru je to cikelj 5 točk.

$2007 \equiv x \pmod 5$ $\boxed{x = 2}$ Torej: $R^{2007} = R^2$

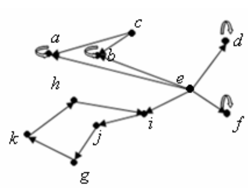
R

$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Iz navadne relacije dobimo R^{-1} tako, da zamenjamo stolpce in vrstice

R^{-1}

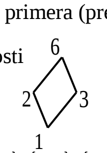
$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 \end{array}$$



Hassejev diagram

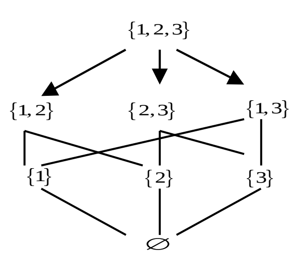
- rišemo od zgoraj navzdol - glej primera (predhodniki, nasledniki...)
- je slikovni prikaz delne urejenosti
- primer1: $\{\text{deljenje } 6\}$

$\{\text{deljenje } 6\} = \{1,2,3,6\}$



- primer2: $P(\{1,2,3\})$

$P(\{1,2,3\}) = \{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$



Strukture urejenosti

1. delna urejenost (relacija mora biti: refleksivna, antisimetrična, tranzitivna)
2. linearna urejenost (refleksivna, antisimetrična, sovisna, tranzitivna)
3. strogo linearna urejenost (refleksivna, antisimetrična, strogo sovisna, tranzitivna)
4. strogo delna urejenost (asimetrična, tranzitivna)