

1. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

20.6. 2007

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

1. (25)

(a) Poišči projekcijo točke $(2, 3, 1)$ na ravnino $x + y = 1$.

(b) Med vsemi premicami v ravnini $x + y = 1$, ki vsebujejo točko $(1, 0, 0)$, poišči tisto, ki je najbližje točki $(2, 3, 1)$.

2. (25) Naj bo A matrika zrcaljenja čez ravnino $4x - y - z = 0$.

(a) Določi lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A . Lastne vrednosti in lastne vektorje je mogoče določiti, ne da bi eksplicitno zapisali matriko. V tem primeru odgovore dobro utemelji.

(b) Zapiši matriko tega zrcaljenja v standardni bazi prostora \mathbf{R}^3 .

3. (25) Reši sistem v odvisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} 1x + 2y - 3z &= 0 \\ 3x + 7y - 5z &= 5 \\ ax + y - 7z &= a - 6. \end{aligned}$$

4. (25) Izračunaj inverz matrike

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

2. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

29.6. 2007 A

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

1. Točke $A(1, -1, 0)$, $B(2, 0, 2)$ in $C(0, 3, 3)$ ležijo na plašču stožca z vrhom v izhodišču.

(a) (15) Napiši enačbe treh poltrakov z začetkom v 0, ki ležijo na plašču stožca.

(b) (10) Določi os stožca.

2. (25) Ravnina Σ vsebuje premici $p : \{t(1, 1, 1), t \in \mathbf{R}\}$ in $q : \{s(-2, -1, 3), s \in \mathbf{R}\}$. Poišči matriko, ki v standardni bazi ustreza pravokotni projekciji na Σ in določi lastne vrednosti in lastne vektorje te matrike.
3. (25) Obravnaj sistem v odvisnosti od parametra a (kdaj je rešljiv, kdaj je rešitev ena sama, kdaj je rešitev neskončno):

$$\begin{array}{rccccrcr} x & - & y & + & 2z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -1 \\ 3x & & & + & (2+a)z & = & 1+a. \end{array}$$

4. Linearna preslikava je dana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) (13) Določi kako bazo jedra te preslikave.
 (b) (12) Določi kako bazo slike te preslikave.

2. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

29.6. 2007 B

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

1. Točke $A(1, 0, -1)$, $B(2, 2, 0)$ in $C(3, 3, 0)$ ležijo na plašču stožca z vrhom v izhodišču.
 (a) (15) Napiši enačbe treh poltrakov z začetkom v 0, ki ležijo na plašču stožca.
 (b) (10) Določi os stožca.
2. (25) Ravnina Σ vsebuje premici $p : \{t(-1, 1, 1), t \in \mathbf{R}\}$ in $q : \{s(3, 1, 2), s \in \mathbf{R}\}$. Poišči matriko, ki v standardni bazi ustreza pravokotni projekciji na Σ in določi lastne vrednosti in lastne vektorje te matrike.
3. (25) Obravnaj sistem v odvisnosti od parametra a (kdaj je rešljiv, kdaj je rešitev ena sama, kdaj je rešitev neskončno):

$$\begin{array}{rccccrcr} x & + & 2y & - & z & = & -4 \\ x & - & y & + & 2z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & (a-2)z & = & a-4. \end{array}$$

4. Linearna preslikava je dana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) (13) Določi kako bazo jedra te preslikave.
(b) (12) Določi kako bazo slike te preslikave.

2. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

29.6. 2007 C

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

- Točke $A(0, 1, 1)$, $B(-2, 0, 2)$ in $C(3, 3, 0)$ ležijo na plašču stožca z vrhom v izhodišču.
(a) (15) Napiši enačbe treh poltrakov z začetkom v 0, ki ležijo na plašču stožca.
(b) (10) Določi os stožca.
- (25) Ravnina Σ vsebuje premici $p : \{t(1, 1, -1), t \in \mathbf{R}\}$ in $q : \{s(-1, 3, 2), s \in \mathbf{R}\}$. Poišči matriko, ki v standardni bazi ustreza pravokotni projekciji na Σ in določi lastne vrednosti in lastne vektorje te matrike.
- (25) Obravnaj sistem v odvisnosti od parametra a (kdaj je rešljiv, kdaj je rešitev ena sama, kdaj je rešitev neskončno):

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 3 \\ 2x - 4y - 2z &= 2 \\ 2x + 5y + (a+1)z &= a+2. \end{aligned}$$

4. Linearna preslikava je dana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) (13) Določi kako bazo jedra te preslikave.
(b) (12) Določi kako bazo slike te preslikave.

3. izpit za FRI

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

1. Ugotovi, ali je vektor \vec{c} linearna kombinacija vektorjev \vec{a} in \vec{b} , če je

(a) (12) $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\vec{c} = \begin{bmatrix} 18 \\ 3 \end{bmatrix}$

(b) (13) $\vec{a} = \begin{bmatrix} \pi \\ -\pi \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ in $\vec{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$.

2. (25) Vektorja $3\vec{a} + 2\vec{b}$ in $-4\vec{a} + 5\vec{b}$ napenjata paralelogram s ploščino 26. Kolokšna je ploščina paralelograma, napetega na vektorja \vec{a} in \vec{b} ?

3. Dani sta točka $A(2, 1, 4)$ in premica $p : \frac{x-1}{2} = y + 1 = \frac{z-2}{3}$. Poišči premico q , ki je pravokotna na p in vsebuje A .

4. (a)(15) Dani sta točki $A(5, 3, -3)$ in $B(-3, -1, 5)$. Poišči vse točke, ki so enako oddaljene od točk A in B .

(b)(10) Dan je trikotnik z oglišči $A(5, 3, -3)$, $B(-3, -1, 5)$ in $C(3, 5, 5)$. Poišči točke, ki je enako oddaljena od vseh oglišč.

(c)(10) Bonus naloga. Poišči središče očrtanega kroga gornjega trikotnika.

5. (a) (10) Prezrcali vektor $(1, 0, 0)$ čez premico p z enačbo $\{t(1, 2, 3), t \in \mathbf{R}\}$.

(b) (15) Zapiši matriko, ki v standardni bazi pripada zrcaljenju preko premice p . Določi tudi lastne vrednosti in lastne vektorje te matrike.

6. (25) Obravnavaj sistem v odvisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} x + y + az &= 2 \\ 3x + 4y + 2z &= a \\ 2x + 3y - z &= 1 \end{aligned}$$

7. (25) Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

in $C = A^{-1}$. Izračunaj C , B^2 in $ABCABCABC$.

4. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

21.9. 2007

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

- (a) V enakokrakem trapezu $ABCD$ s krakoma AD in BC je osnovnica AB dvakrat daljša od osnovnice CD . Točke A, B, D imajo zaporedoma koordinate $(-1, 0, -3)$, $(1, 8, -1)$ in $(1, -1, 0)$. Določi koordinate točke C in ugotovi, v kakšnem razmerju se sekata trapezovi diagonalni.
- (b) Zapiši matriko, ki v standardni bazi pripada pravokotni projekciji na premico $\{t(1, 2, 3), t \in \mathbf{R}\}$. Določi tudi lastne vrednosti in lastne vektorje.
- (c) Reši sistem v odvisnosti od parametra b :

$$\begin{aligned} 2x + (b-1)y + (7-b)z &= 0 \\ 1x + 4y + bz &= 0 \\ 2x + (2b+2)y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

- (d) Izračunaj lastne vektorje in lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{bmatrix} 11 & -4 & -2 \\ 25 & -9 & -5 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Geometrijsko pojasni, kateri projekciji $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ pripada ta matrika v standardni bazi.

5. pisni izpit iz linearne algebre za FRI

21. 1. 2008

Vpisna številka:

Ime in priimek:

vrsta:

sedež:

- (25) V paralelepipedu $ABCD A' B' C' D'$ so dane koordinate točk: $A(5, 3, -3)$, $B(-3, -1, 5)$, $C(3, 5, 5)$ in $B'(-1, -3, 6)$. Določi koordinate točke D' in izračunaj volumen in površino paralelepipeda.
- (25) Dani sta točka $A(4, 1, 4)$ in premica $p : \frac{x-1}{2} = y + 1 = \frac{z-2}{3}$. Poišči zrcalno sliko točke A glede na premico p .

3. (25) Reši sistem v odvisnosti od parametra a :

$$\begin{aligned} 3x + (a+3)y + 7z &= 0 \\ 1x + 4y + az &= 0 \\ 1x + (2a-2)y + (6-a)z &= 0 \end{aligned}$$

4. (25) Izračunaj lastne vektorje in lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -2 \\ -2 & 11 & -4 \\ -5 & 25 & -9 \end{bmatrix}.$$

Geometrijsko pojasni, kateri poševni projekciji $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ pripada ta matrika v standardni bazi.

Še nekaj nalog

1. Izračunaj inverz matrike

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Izračunaj inverz matrike

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Določi rang matrike A v odvisnosti od parametra $t \in \mathbf{R}$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2t & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -t \\ 3 & 0 & 2+t & 2 \\ 4 & -1 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

V primerih, ko je rang najmanjši, doloži še bazo jedra in bazo zaloge vrednosti.

4. Izračunaj površino in volumen paralelepipeda, napetega na vektorje $(2, 1, 0)$, $(1, 2, 1)$ in $(1, -2, 3)$.

5. Med vsemi premicami v ravnini $x + y = 1$, ki vsebujejo točko $(1, 0, 0)$, poišči tisto, ki je najbližje točki $(2, 3, 1)$.

Koliko je rang matrike A ?

6. Izračunaj inverz matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Naj bo $B = A^{-1}$. Izračunaj

$$B^{-1}(A^{-1} - 2B)(AB)^{-1}$$

8. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 8 \\ 2 & -1 & -9 \end{bmatrix}.$$

Določi rang in kako bazo jedra in slike.