VEKTORJI

1. Definicija mešanega produkta treh vektorjev, geometrijski pomen, lastnosti, kdaj je mešani produkt treh vektorjev enak 0 – kako smo to dokazali? – kakšno zvezo ima to z det 3x3 matrik?

(a,b,c)=(a x b)*c. Absolutna vrednost mešanega produkta je prostornina V paralelepipeda vpetega na a,b,c. Lastnosti: (a,b,c) = (a x b)*c = a*(b x c), (a,b,c) = (bca) = (cab). Enak 0 je, kadar so vektorji linearno odvisni.

2. Definicija vektorskega produkta dveh vektorjev, geometrijski pomen, lastnosti, kdaj je vektorski produkt dveh vektorjev enak 0 – kako smo to dokazali?

Urejenemu paru a,b vektorjev priredimo vektor axb, ki mu pravimo vektorski produkt. axb je pravokoten na a in na b, njegova norma je ploščina paralelograma. bxa = -axb, (ma)xb = m(axb), ax(b+c) = axb+axc. Enak 0 kadar sta kolinearna.

3. Definicija skalarnega produkta dveh vektorjev, lastnosti, kako izračunamo kot, dokaži Pitagorov izrek, skalarni produkt v kompleksnih številih. Kaj pravi neenakost Cauchy-Schwarz-Bunjakovski?

Je število $<a,b> = a_1b_1+ a_2b_2+ a_3b_3$. komutativnost, distributivnost, s skalarjem. $<z,w> = z_1$!w.. CSB: $|<a,b>|=|a|*|b|$

RAVNINA

1. zapiši enotski vektor, pravokoten na ravnino
2. določi razdaljo od točke do ravnine, presečišče
3. zapiši ravnino v vektorski, parametrični, s koordinatami

LINEARNA ODVISNOST

1. kdaj so vektorji linearno neodvisni

Linearno neodvisni so n.t.,ko iz $t_1a_1+t_2a_2...=0$, sledi $t_1=t_2=...=0$

2. kdaj so vektorji linearno odvisni

Linearno odvisni, če obstaja netrivialna linearna kombinacija vektorjev enakih 0.

3. napiši definicijo baze vektorskega prostora X.

Množica E □ X je BAZA za X, če lahko vsak vektor x □ X na en in en sam nčain zapišemo kot lin. komb. elementov iz E.

4. kdaj so vektorji a_1, a_2,..., a_n, ogrodje vektorskega prostora X, se pravi, da razpenjajo X?

OGRODJE:Ko z njimi lahko kot linearno kombinacijo predstavimo vsak vektor v prostoru.

5. napiši definicijo razsežnosti/dimenzije vektorskega prostora X.

Naj ima prostor X bazo z n elementi. Številu n pravimo razsežnost/dimenzija prostora X.

6. napiši definicijo ogrodja.

VEKTORSKI PROSTOR

1. napiši definicijo linearnega podprostora vektorskega prostora X

Neprazna podmnožica Y vektorskega prostora X je linearen podprostor v X, če je Y zaprt za seševanje in množenje s skalarjem.

2. kaj so linearni podprostori v R^3 (geometrijsko)?

Lin. podprostori: {0}, premica/ravnina skozi 0

3. kaj je linearna ogrinjača (lupina) množice M (pod) X?

Množica vseh mogočih lin. kombinacij el. M je lin. podprostor v X, ki ga imenujemo lin. ogrinjača množice M (Lim(M))

LINEARNA PRESLIKAVA

1. kaj so stolpci matrike A

Stolpci so slike baznih vektorjev

2. koliko stolpcev in vrstic ima A.

3. koliko lahko največ znaša rang matrike A? (utemelji)

4. napiši definicijo jedra preslikave. Ali je jedro linearen podprostor v X? – dokaži

Jedro preslikave so vsi vektorji, ki zadoščajo enačbi Ax=0

5. napiši definicijo ranga preslikave A.

Dimenzija zaloge vrednosti preslikave A je rang preslikave A – rangA=dim(imA)

6. kakšnja je zveza med rangom in dimenzijo jedra preslikave A?

dimX = dim(kerA)+dim(AX) = dim(kerA)+rangA

7. če je A € M_{mn}, kako določimo rang za A?

8. kdaj je preslikava linearna?

Preslikava je linearna, če A ohranja vsoto in produkt s skalarjem

LASTNE VREDNOSTI

1. definicija lastne vrednosti in lastnega vektorja preslikave A

Neničelni vektor x □ X je lasten vektor za A, če je Ax=□x. Število □ je lastna vrednost za A, prirejena vektorju x

2. če je B realna simetrična matrika, kaj lahko rečeš o lastnih vrednostih in lastnih vektorjih?

Simetrična: Lastne vrednosti so vedno realne. Lastni vektorji so vedno lin. neodvisni

3. ali je lastni vektor lahko enak 0?

Ne

4. definicija lastnega podprostora operatorja A.

Lin podprostor ker(A-□I) je lasten podprostor operatorja A, ki pripada vrednosti □.

DETERMINANTE

1. za kakšne matrike in kako je definirana determinanta?
2. naštej kar se da veliko lastnostni determinante.

Lastnosti det: zamenjava vrstic spremeni predznak, množenje vrstice s skalarjem, pomnoži celo det s skalarjem, če prišejem vrstici večkratnik druge vrstice se det ne spremeni, $\det(A^T)=\det A$, $\det(AB)=\det A \det B$, če sta dve vrstici enaki, ali ena vrstica ničelna, je det=0.

3. kako izračunamo determinanto trikotne matrike?

Je produkt diagonalnih elementov.

4. ali je diagonalna matrika trikotna? Da
5. kdaj je A obrnljiva, simetrična?

Obrnljiva, če obstaja B, da velja AB=BA=I

6. kako izračunamo determinanto diagonalne matrike?

DODATNA SNOV

Matrika P naj ima za stolpce lastne vektorje f_1.. P je obrnljiva nxn matrika, ki ji rečemo prehodna matrika.

Diagonalizacija: razcep matrike $A = P \, \mathrm{diag}(\lambda_i) \, P^{-1}$