

## Teoretični test iz LA, 26.6.2007

Vse odgovore utemelji in zapiši vse vmesne račune.

1. Napiši: a) definicijo vektorskega produkta dveh vektorjev;  
b) njegov geometrijski pomen;  
c) lastnosti.  
d) Kdaj je vektorski produkt dveh vektorjev enak 0? Kako smo to dokazali?  
e) Izračunaj  $\vec{i} \times \vec{j}$  in  $\vec{j} \times \vec{i}$ .  
f) Za kakšne  $\vec{a}, \vec{b}$  je  $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab$ ?
2. Imamo ravnino  $\Sigma$  z enačbo  $x - 2y + z = 3$ .  
a) Napiši enotski vektor, pravokoten na  $\Sigma$ .  
Premica  $p$  je vzporedna vektorju  $\vec{a} = (2, -4, w)$  in gre skozi točko  $T(0, 1, 0)$ .  
b) Napiši enačbo premice  $p$ .  
Za kakšne  $w$  je premica  $p$  :  
c) pravokotna na ravnino  $\Sigma$ ;  
d) vzporedna ravnini  $\Sigma$  ?
3. a) Kdaj so vektorji  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$  linearno neodvisni?  
b) Napiši definicijo baze vektorskega prostora  $X$ .  
c) Ali so vektorji  $(2, 0, 1), (0, 3, 1), (2, 3, 2)$  linearno neodvisni? Ali sestavljajo bazo prostora  $\mathbb{R}^3$ ?
4. Linearni preslikavi  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  priredimo (v standardnih bazah obeh prostorov) matriko  $A$ .  
a) Kaj so stolpci matrike  $A$ ?  
b) Koliko stolpcev in koliko vrstic ima  $A$ ?  
c) Koliko lahko največ znaša rang matrike  $A$ ? Utemelji.  
d) Če je rang matrike  $A$  enak 2, koliko je  $\dim(\ker A)$ ? Ali v tem primeru v  $A$  obstaja nesingularna  $2 \times 2$  podmatrika? Ali v tem primeru obstaja v  $A$  nesingularna  $3 \times 3$  podmatrika?

5. Naj bo  $A : X \rightarrow X$  linearna preslikava.
- Napiši definicijo lastne vrednosti in lastnega vektorja preslikave  $A$ .  
Naj bo  $I \in M_3$  identična matrika.
  - Določi vse lastne vrednosti in lastne vektorje za  $I$ .
  - Zapiši matriko  $7I$ .
  - Določi lastne vrednosti matrike  $7I$ .
6. Naj bo  $A$  vrtenje za kot  $90^\circ$  okrog osi  $z$  v  $\mathbb{R}^3$ .
- Kaj pomeni preslikava  $A^2$ ?
  - Koliko je  $A^4$ ?
  - Določi eno lastno vrednost in ustrezeni lastni vektor za  $A$ .
  - Zapiši matriko za  $A$  v standardni bazi prostora  $\mathbb{R}^3$ .