

Teoretični test iz LA, 10.9.2007

Vse odgovore utemelji in zapiši vse vmesne račune.

1. Napiši: a) definicijo vektorskega produkta dveh vektorjev;
b) njegov geometrijski pomen;
c) lastnosti.
d) Če je $\vec{a} \times \vec{i} = 0$, kaj lahko rečeš o vektorju \vec{a} ?
e) Če je $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$, kaj lahko rečeš o vektorjih \vec{a} in \vec{b} ?
f) Če je $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ in $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, izračunaj koordinate vektorja $\vec{a} \times \vec{b}$.
2. a) Napiši enačbo ravnine, ki gre skozi točko T_0 s krajevnim vektorjem \vec{r}_0 in je pravokotna na neničelni vektor \vec{n} .
b) Kdaj ta ravnina vsebuje izhodišče?
c) Določi razdaljo izhodišča od ravnine Σ z enačbo $2x - y + z = 1$.
d) Ali je ravnina Σ vzporedna ravnini Π z enačbo $2x - 2y + 2z = 2$?
Odgovor utemelji. Če je odgovor Da, določi razdaljo med ravninama.
Če je odgovor Ne, določi presek obeh ravnin.
3. a) Kdaj so vektorji $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n$ linearno odvisni?
b) Ali so vektorji $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ linearno odvisni? Odgovor dokaži.
c) Napiši definicijo baze vektorskega prostora X .
d) Ali so vektorji $(-2, 0, 1, 0), (0, 3, 1, 0), (2, 3, 2, 0)$ linearno neodvisni?
Ali sestavljajo bazo prostora \mathbb{R}^4 ?
4. a) Kdaj je preslikava $A : X \rightarrow Y$ (kjer sta X, Y vektorska prostora) linearna?
b) Kaj je rang preslikave A ?
c) Če je $X = \mathbb{R}^3$ in rang preslikave A enak 2, koliko je $\dim(\ker A)$?
d) Naj bo $X = Y = \mathbb{R}^3$ in A projekcija na ravnino xy . Napiši matriko za A v standardni bazi prostora \mathbb{R}^3 .

5. Naj bo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

in $B \in M_3$ poljubna. Naj bo $C = AB$ in $D = BA$.

a) Izrazi c_{13} z b_{13} .

b) Izrazi d_{13} z b_{13} .

c) Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A .

d) Za katere i, j je $c_{ij} = b_{ij}$?

e) Za katere i, j je $d_{ij} = b_{ij}$?

6. Naj bo V vrtenje za kot 180° okrog osi x v \mathbb{R}^3 .

a) Kaj pomeni preslikava V^2 ?

b) Določi invariantne podprostore za V .

c) Določi lastne vrednosti in ustrezne lastne vektorje za V .

d) Zapiši matriko za V v standardni bazi prostora \mathbb{R}^3 .