ENTROPIJA:

H(X)=-∑pi*log(pi) [bit]

Primer:

X\Y	B	Č	pi
B	9/21	5/21	2/3=14/21
Č	5/21	2/21	1/3=7/21
p'j	2/3	1/3	1

H(X)=→+→=H(2/3, 1/3)
H(Y)=↓+ ↓=H(2/3, 2/3)
H(Y|X=b)=H(9/21*21/14, 5/21*21/14)
H(Y|X=č)=H(5/21*21/7, 2/21*21/7)
H(Y|X)=2/3*H(Y|X=b)+1/3*H(Y|X=č)

VEZANA ENTROPIJA (to spodaj)

H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)
=H(Y)+H(X|Y)

POVPR.ŠT.BIN.VPR:

n=∑pi*ni (ni=št. Vpr)

ZVEZNA ENTROPIJA:

H(X)=-∫p(x)*log(x)dx
-ploščina na grafu p(x) je 1
-0*log0 = 0

POVPR. LASTNA INF.=ENTROPIJA

I(X)=E{I(Xi)}=H(X)

LASTNA INFORMACIJA ZNAKA:

I(xi)=-log(pi)

POVPR. MEDSEBOJNA INF:

(koliko inf. o dogodku X zvemo od Y)
I(X;Y) =H(X) – H(X|Y)
=H(Y) – H(Y|X)
H(X,Y)=H(X)+H(Y)-I(X;Y)(povezava)

RAZDALJA MED PORAZDELITVAMA

p…ocena, q…dejanska
D(p||q)= ∑pij*log(pij/qij)
-delimo celice na istem mestu iz dveh tab

VIR INFORMACIJ

1)VIR BREZ SPOMINA

-njegova vrednost je neodvisna od tega kaj se je dogajalo prej

H(x1,…xn)= n*H(x1)

-nedoločenost je enaka za en dogodek * toliko kot jih je
Npr: H(u)=1,15b….H(u,u)=2,30b

mi=pi*n ← značilno št. ponovitev = tolikokrat se pojavi znak mi

pz=2^(-n*H(xi)) ← verjetnost za najbolj značilne dogodke (tiste z največjo verjetnostjo)

Nz=2^(n*H(xi)) ← število tipičnih/značilnih dogodkov

Npr: met goljuf. Kovanca: cifra:0,2, gl.:0,8
-entropija meta kovanca: H(0.2, 0.8)=0,72b
-znač.št.cifer v 15metih:
mz=p*n=0,2*15=3
-verjetnost za znač. Dogodek: pz=2^(-n*H)
=2^(-15*0,72)
-število značilnih dogodkov

---

2)MARKOVOV VIR – s spominom

$$Q=\begin{bmatrix}0 & 4/5 & 1/5\\ ½ & ½ & 0\\ ½ & 2/5 & 1/10\end{bmatrix}$$

-novo stanje je odv. od prejšnjega
-imamo matriko prehodnih verjetnosti Q

Abeceda: X={a,b,c}

a)SPREMINJANJE VERJETNOSTI če je
Po=[1/3, 1/3, 1/3]^T

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}1 & 3 & 5\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}.$$

P1=Q^T*Po
P2=Q^T*P1…

b)DOLOČITEV STAC.VERJETNOSTI

p=Q^T*p
[p1] [0, ½, ½] [p1]
[p2]=[4/5, ½, 2 /5] [p2]
[p3] [1/5, 0,1/10] [p3]
Narediš enačbe + vzameš: p1+p2+p3=1

c)ENTROPIJA VIRA BREZ SPOMINA

(ki ima iste verjetnosti kot ta naš s spominom)
Hbs=H(1/3, 16/27, 2/27) ←te vrednosti smo v b) dobili za p1,p2,p3

d)ENTROPIJA MARKOVOVEGA VIRA

Hm=∑pi*Hi po i-ju, Hi=-∑qij*log(qij) po j
H1=H(0,4/5, 1/5), H2=H(½, ½,0) in še H3
Hm=1/3*H1 + 16/27*H2 + 2/27*H3

e)SKUPNA INF. DVEH ODD. ZNAKOV

H(x1, x2)=H(x1) + H(x2|x1)+Hm
└> Hbs

KODIRANJE - SHANNONOV KOD

a)Je Shannonov kod optimalen?

Veljati mora: H ≤ ň ≤ H+1

ň=∑pi*ni ← povpr. Dolž. Kod. Zamen.
ni= ┌-log(pi)┐ (navzgor zaokr.)

Npr: P={½, ¼, 1/8, 1/8}
n1= ┌-log(1/2) ┐=1, n2=2, n3=3
ň=1/2*1+1/4*2+2*1/8*3=1,75
TOREJ JE OPTIMALEN

b)**Ali obstaja kod z dolžinami zamenjav** {1,3,3,3,3,3}? B={0,1}
b je torej 2
Da, če velja: **∑b^(-ni) ≤1**…če to velja obstaja TRENUTEN kod
Npr: 2^(-1)+5*2^(-3) > 1..ne obst

---

c)**Določanje Shannonov. koda**

A={a,e,i,o,u}, P={0.3,0.15,0.10, 0.24,0.21}, B={0,1}

A	pi	Pi	ni	Zamen.
A	0,3	0	2	00
O	0,24	0,3	3	010
U	0,21	0,54	3	100
E	0,15	0,75	3	110
i	0,10	0,90	5	1110

ni= ┌-log(pi)┐

Pi pretvorimo v binarno
0,75(d)=?(b) → 0,75*2=**1**,50
0,50*2=**1**,00
0,00*2=**0**,00
0,75(d)=0,**100**000..(b) → 3 znaki zaradi ni=3!!

HUFFMANOV KOD

Združimo 2 najmanj verjetni možnosti in seštejemo njuni verj. Včasih dodamo še verjetnost 0.

UČINKOVITOST KODA

τ=Hb/ň = Hd/ (ň*logd b)….d je nova osnova, npr 3
H=H(0.3,0.15,1.10, 0.24,0.21)=2,23 bit
ň=0,3*2+0.15*3+….=2,55
Potem pa samo deliš.

Če imamo B={1,2,3} izračunamo τ tako: τ=H/ň, kjer je H izračunan pri osnovi logaritma 3!

DISKRETNI KOMUNIKAC. KANAL

Če je simetričen so vrstice verjetnostne matrike kanala Pk samo različne razporeditve števil, isto stolpci.
Npr: Px={0.5, 0.4, 0.1}, X-vh, Y-izh

a)**Verjetnosti izhodnih znakov**

p'=Pk^T * Px …Px so verj. vh. znakovRezultat: [0.39, 0.2, 0.41]

b)**Povpr. Inf.vh. znakov H(X)**

H(X)=H(0.5, 0.4, 0.1)

c)**Povpr. Inf. izh. Znakov H(Y)**

H(Y)=H(0.39, 0.2, 0.41)

d)**Povpr inf. potrebna za določitev izhoda znaka ko poznamo vhodnega**
H(Y|X) = H(0.2, 0.1, 0.7) ← ni važno pri simetričnem katero komb. vzamemo
e)**Povpr. Inf ki se izgubi pri prenosu enega znaka H(X|Y)?**
H(X)+H(Y|X)=H(X,Y)=H(Y)+H(X|Y)
Rez: H(X|Y)=H(X)+H(Y|X)-H(Y)
f)Nedoločenost kanala H(X,Y)
H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)
=H(Y)+H(X|Y) (velja za sim)
g)Povpr. Prenešena inf na znak I(X;Y)
I(X;Y) =H(X) – H(X|Y)
=H(Y) – H(Y|X) (velja za sim)
h)KAPACITETA KANALA
za simetričnega:
C=max{H(p'1, ..,p'v)} - H(r1,…,rv)
Npr: C=log3 - H(0.2 ,0.1 , 0.7)
Log 3 zato ker imamo 3 elemente v eni vrstici

DOPIŠI TO KAPACITETO ZA NESIMETRIČNE

VARNOSTNO KODIRANJE – LIN. BLOČNI KODI - L(n,k)

n=št. znakov, m=št. var. bitov, k= št. podatkovnih bitov/osnovni bloki. n=m+k. e=število napak
KODNE ZAMENJAVE: z*G=x

Naloga1: Blok želimo var.kodirati z m=2,3,4,5biti. Kok dolgi morajo biti osn. bloki k da lahko odkr. In popravimo e=1 ali e=2 napaki?
e=1: 2^m -1 ≥ n….vstaviš m=2 in dobiš n=3. k pa dobiš z: k=n-m.
e=2: 2(2^m-1) ≥ n(n+1)
k ne sme pridet = 0
Hitrost koda: r = k/n

Naloga2: 3 inf.znakom(z) dodamo 3 var.znake s katerimi preverjamjo sodost med pari inf.znaki. x so kodne zamenjave.
a)**En.za prev.sodosti:**
4=z1+z1,x5=z1+z3 ,x6=z1+z3.
-izdelamo tabelo:z1,z2,z3,x1,….x6
b)**Matrika za preverjanje sodosti H m vrstic=3, n stolpcev = 6**
VELJA: Hx^T = 0,
x4+x1+x2=0 [1 1 0 | 1 0 0]
x1+x3+x5=0 [1 0 1 | 0 1 0]
x2+x3+x6=0 [0 1 1 | 0 0 1]

c)**Gener. matrika: k vrstic,n stolpcev**
VELJA: H=(A^T|I) →G=(I|A) in
H=(I|B) →G=(B^T|I)
[1 0 0 | 1 1 0]
[0 1 0 | 1 0 1] = G
[0 0 1 | 0 0 1]
d)**Hammingova razdalja koda dH**
-v tabelo vpisujemo 3, 34, 343….gledamo koliko se vrstica x-ov razlikuje od prejšnje
dHmin = najmanjša št jo dobimo…torej 3
e)Koliko napak lahko odkrijemo in popr?
ODKRIJEMO: eo=dHmin-1
POPRAVIMO: ep= └dHmin / 2┘

STANDARDNA TABELA
s=y*H^T ali s^T=H*y^T

Popravl.	Kod.zam		sindrom
0 0 0	**0 0 0**	**1 1 1**	0 0
0 0 1	0 0 1	1 1 0	0 1
0 1 0	0 1 0	1 0 1	1 0
1 0 0	1 0 0	0 1 1	1 1

000, 111 sta možni kod zamenjavi pri napaki 000. Potem pa samo spremenimo za napake na 1 mestu**. Sindrom izračunamo po s^T=H*y^T** in dobimo tabelo:

y	s
0 0 0	H*(0 0 0)^T = 0 0
0 0 1	0 1
0 1 0	1 0
0 1 1…	1 1

Potem pogledamo vrstico kodne zamenjave (npr (001) in (110) in vzamemo za y tisto ki ima manj enic in pogledamo kater sindrom je to.
a)Sprejet je bil vektor y=(011),ali lahko popravimo napako na prvem mestu če je pršlo do nje? Pa na drugem?
-pogledamo v kodne.zamenjave (011) in v popravljalniku najdemo na levi (100)
x'=y+p…(011)+(100)=(111)…to pa je res kodna zamenjava ki obstsja! Torej ja.

HAMMINGOV KOD H(n,k)

n=2^m-1,m≥2, e=1, mat.za prev.sodosti H ima v stolpcih zapisana št. 1-2^m-1 (vsa raznen 0). H: m vrstic, n stolpcev. Tisti ki majo samo eno 1 v stolpcu so var.biti. Ostali so z-ji.
a)Najdi kodno zamenjavo za (0001) npr.
-to so z1,z2,z3,z4. Zmnožiš H in (x1,x2,x3,0,0,0,1)^T in dobiš (x1+1,x2+1,x3+0) npr. Te 1,1,0 so pa ostali x-i. Zdaj samo skupaj sestaviš z-je od prej in te nove x-e.

b)Pri prenosu vektorja x je prišlo do napake e. Jo lahko popravimo?
-sešt x in e. dobiš y.
-izrač. sindrom po: s^T=H*y^T
-pogledaš koliko je sindrom desetiško
-na tem desetiškem mestu lahko popr.

CIKLIČNI KOD – C(n,k)

PREMIK x(p) ZA i MEST V LEVO:
-(p^i*x(p)) : (p^n+1) in pogledaš ost.

a)Določanje gen. polinom, polinom h(p), gen.matr, mat. za.prev.sodost, kodne zam. za n=3→3podatk.biti
→(p^3+1)=(p+1)(p^2+p+1)

V tem primeru 4 možnosti:

1)g(p)=1→m=0→C(3,3)→G=3x3, id
h(p)=(p^n+1)/g(p), H=0 tukaj
Kod.zam:000,100,010,001,111

2)g(p)=p+1→m=1→C(3,2)
G=[110], H=[111], zaradi
[011] h(p)=p^2+p+1,
ampak vpises iz D proti L
KOD.ZAM:**x=z*G** ali **x=z(p)*g(p)**
Te z-ji so pa od k podatk bitov..tu 2

3)g(p)=p^2+p+1→m=2→C(3,1)
G=[111] od g(p), h(p)=p+1→
H=[110] ker le 1 podatk. bit
[011] sta kodni zam. Z=0 ali 1

4)g(p)=p^3+1..ni podatk.bitov
G=0, h(p)=1, H=3x3 identiteta
Kod zamenjave: z(p)*0=0…x=(000)