OTI – USTNI ①

1. KONVOLUCIJA: $y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i)\cdot h(k-i) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(k-i)\, h(i) = x(k) * h(k)$ } y LINEARNA KONVOLUCIJA x-a in h-ja

2. PRENOSNA FUNKCIJA: $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_0^m b_i s^i}{\sum_0^M a_i s^i}$, razmerje dveh polinomov reda $m \le M$

$H(s) = \frac{\prod_1^m (s-\beta_i)}{\prod_1^n (s-\alpha_i)} = \frac{(s-\beta_1)\cdots(s-\beta_m)}{(s-\alpha_1)\cdots(s-\alpha_n)}$ } KASKADNA OBLIKA

$H(s) = \sum_1^M \frac{R_i}{(s-\alpha_i)}$ } PARALELNA OBLIKA, α_i poli, β_i ničle, R_i je residuum (ostanek)

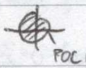
3. RELATIVNA ENTROPIJA: $D(p\|q) = \sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i} = E\left(\log \frac{p(x)}{q(x)}\right)$ RAZDALJA MED PORAZD. p in q (Kullback-Leiblerjeva razdalja)

4. LTI STABILNA: $H(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ → vsi poli morajo biti na levi strani s ravnine } POTREBEN IN ZADOSTEN ($\sigma<0$)

$\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h(i)| < \infty$ → omejen vhod povzroči omejen izhod

↳ ker je $|y(k)| \le \underbrace{\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h(i)|\,|x(k-i)|}_{\text{KONVOLUCIJA}} \le M \sum_{i=-\infty}^{\infty} |h(i)|$ in $|x(k)| \le M$

5. SINDROM: $S = \underset{m\times n}{H}\cdot y^T$ (če ni 0, potem ponoven prenos)

6. ROC ZA NEGATIVNE FUNKCIJE:  ROC(najbližji) → zunaj kroga, radij je razdalja do najbližjega pola (pri pozitivnih znotraj kroga, radij je razdalja do najbolj odd. pola)

7. AEP (asimptotična enakodelitvena lastnost):

$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{ŠT. ZNAKOV } x_i}}{m_i} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{VERJETNOST ZA ZNAK } x_i}}{p_i} \cdot M$ → dolžina tipičnega niza } M = niz z M znaki

$2^{MH(x)}$ → ŠTEVILO TIPIČNIH NIZOV ; $2^{-MH(x)}$ → VERJETNOST TIPIČNEGA NIZA

8. SHANNON-FANOJEV IZREK: $\lim_{r\to\infty} \frac{\overline{M}_r}{r} = \frac{H_1}{K\cdot\log_d b} \Rightarrow \lim_{r\to\infty} \overline{M} = H_1$; $K=1$, $d=b=2$ (gospodarnost koda se poveča s podaljševanjem bloka znakov)

9. HITROST KODA: $R = \frac{K\log_d M}{N} \underset{\substack{\downarrow \\ K=1,\ d=2}}{=} \frac{K}{N}$ (bitov/znak) ; KOD K(N,K)

$M = 2^K$

10. POVEZAVA MED H IN G MATRIKO: $\underset{\substack{\downarrow \\ \text{generatorska} \\ \text{rang}(G)=k}}{G}\cdot H^T = 0 \Rightarrow$ $H = [I\,|\,B] \to G = [B^T\,|\,I]$

$G = [I\,|\,A] \to H = [A^T\,|\,I]$

11. SUPERPOZICIJA: Sistem je linearen, če ⇒ $y(k) = T\{\alpha_1 x_1(k) + \alpha_2 x_2(k)\} = \alpha_1 y_1(k) + \alpha_2 y_2(k)$; $y_1(k) = T\{x_1(k)\}$

$y_2(k) = T\{x_2(k)\}$

⇓ IZPOLNJUJE PRINCIP SUPERPOZICIJE (če ne, je nelinearen)

12. ENTROPIJA (MAX) PRI ZV. SPR.: $H(x) \le \log\sqrt{2\pi e\sigma^2}$; enakost v primeru NORMALNE PORAZDELITVE (gaussova)

↓ pri zveznih lahko negativna

↓ srednja vrednost μ, varianca σ^2 ⇒ $f_x = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

13. ČASOVNO INVARIANTNI SISTEMI (TI): $y(k) = T\{x(k)\} \underset{\text{potem}}{\Rightarrow} y(k-n) = T\{x(k-n)\}$ → parametri se s časom ne spreminjajo (če se, variantni – TV sistemi)

↓ $l = k-n$ (vidimo, razmerje med vhodi in izhodi ne spreminja s časom)

14. CAUCHYEV INTEGRALSKI TEOREM: $\oint_C f(z)\,dz = \left(\sum \text{residuum } f(z) \text{ pri } a_i\right)\cdot 2\pi j$

↓ ANALITIČNA, ODVEDLJIVA ; ↳ POLI f(z), ZNOTRAJ C

C = SKLENJENA (ne gre skozi noben pol)

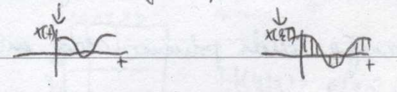
15. Z IN Z-TRANSFORMACIJA: $z = e^{T\cdot s}$ oziroma $s = \frac{1}{T}\ln z$; $f(t) \xrightarrow[\text{sempliranje}]{} f^*(t) \xrightarrow[\text{LAPLACE}]{} F^*(s) \xrightarrow[z=e^{Ts}]{} F(z)$

LAPLACE { Metoda 1: $F(z) = \sum_0^{\infty} f(kT)\, z^{-k}$

Metoda 3: $F(z) = \sum \text{residuum } F(p)\frac{1}{1-e^{Tp}\cdot z^{-1}}$ pri polih F(p) } residuumna metoda LAPLACEA splošna oblika (DVOSTRANSKA): $F(z) = \mathcal{Z}\{f(t)\} = \sum_{-\infty}^{\infty} f(kT)\, z^{-k}$

↳ izbira začetka poljubna (ponavadi 0)

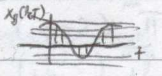
16. SIGNAL DIGITALEN: $x(t)$ – analogen ; $x(kT)$ – diskreten ;



=> $t = kT$, k = celo št., T = perioda ($X(t), X_k$)

zaradi omejenega št. bitov => opis signala omejen (amplitudna kvantizacija)

DIGITALNI = diskretni kvantizirani signal $x_q(kT)$ ->



(na računalniku ponavadi ne razlikujemo med dig. in disk. signali)

17. ŠT. NETIPIČNIH NIZOV (AEP): $2^{nH(x)}$ – št. tipičnih nizov ; $2^{n} - 2^{nH(x)}$ – št. netipičnih nizov

AEP: $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} I_n(x) \xrightarrow{P} H$ (informacija na znak konvergira k entropiji vira)

18. SEMPLIRNI (3. SHANNON) TEOREM: $f_s = \frac{1}{T} = \frac{\omega_s}{2\pi}$ -> FREKVENCA VZORČENJA -> spodnja meja podana tem vzorčenja oz. semplirni teorem

$\omega_s \geq 2 \cdot \omega_h = 2 \cdot 2\pi f_h$; $\omega_s = 2\omega_h$ – NYQUISTOVA FREKVENCA (minimalna)

↳ $f(t)$ – PASOVNO OMEJEN SIGNAL ; če ga sempliramo z ω_s, potem semplirne vrednosti vsebujejo vso informacijo iz zveznega signala

⇓ REKONSTRUIRAMO $f(t)$ iz $f(kT)$

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \cdot \frac{\sin(\omega_s(t-kT)/2)}{\omega_s(t-kT)/2}$$

19. ROC ZA POZITIVNE FUN. (KAVZALNE):

ROC (najbolj oddaljen) -> zunaj kroga (uporablja se enostranska Z transformacija), radij razdalja do najbolj oddaljenega pola

20. 2. LAPLACEOVA METODA: $F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} F(s + jn\omega_s)$ -> iz te metode prehod v Z-trans. ni mogoč

↓ SEMPLIRNA FREKVENCA

⇓ $s = j\omega$

$F^*(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} F(j(\omega + n\omega_s)) \xrightarrow{\text{ugotovimo}}$ časovno periodične f. imajo diskreten frekvenčni spekter; diskretne časovne f. imajo periodičen frekvenčni spekter

če $\omega > 2\omega_h$ -> lahko rekonstruiramo $F(j\omega)$

$\omega < 2\omega_h$ -> ne moremo

21. GOSPODARNOST KODA: (1. SHANNONOV TEOREM) $\bar{n} = \sum_{i=1}^{a} p_i \cdot n_i$ -> p_i verjetnost i-tega znaka, n_i dolžina

↳ MERA GOSPODARNOSTI je enaka poprečni dolžini
gospodarno – kodne zamenjave čim krajše } 1. SHANNONOV TEOREM – ~~dol~~ poprečna dolžina gosp. koda:

$$\frac{H_1}{k \cdot \log_d b} \leq \bar{n} \leq \frac{H_1}{k \cdot \log_d b} + 1$$

↓

$$H_1 \leq \bar{n} \leq H_1 + 1 \quad (k=1, d=b=2)$$

$H_1 = -\sum_{i=1}^{a} p_i \cdot \log p_i$ (za niz dolžine 1) ; tisti kod z najmanjšo $\bar{n}$ -> OPTIMALEN ($\bar{n} = H$)

22 MAX PRENOS (KAPACITETA): $C = \max_{P_X \in \Delta_M} \{I(X;Y)\}$ – max iščemo preko vseh možnih porazd. vhodne množice (X-ov)

↳ določa prenosne lastnosti (prenos) glede na vpliv motenj -> zajete v matriki pogojnih verjetnosti P_k

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) = k \sum_i \sum_j (a_{ij} \cdot p_i) \cdot \log_d \frac{a_{ij}}{\sum_1^a a_{kj} \cdot p_k}$$

znak, ki vstopa v kanal ima v poprečju $H(X)$ lastne informacije, zaradi motenj se izgubi $H(X|Y)$/znak

$I(X;Y)$ -> poprečno prenesena informacija/znak skozi kanal brez spomina;

C lahko izboljšamo z iskanjem boljše porazdelitve P_X ; C -> največja prenesena inf./znak skozi kanal brez spomina

↓ s KODIRANJEM VIRA (bolj verjetni znaki -> krajša koda)

23. IDEALNA FUNKCIJA ODLOČANJA: ($g(y)$) na osnovi največje verjetnosti pravilne odločitve

$$P(\hat{x}|y) = \max_{1 \leq i \leq M} \{\underbrace{P(x_i|y)}_{\text{VERJETNOST PRAVILNE ODLOČITVE}}\} \underset{\text{BAYESOV TEOREM}}{\Longrightarrow} P(x_i|y) = \frac{P(x_i)\,P(y|x_i)}{\underbrace{\sum_{j=1}^{M} P(x_j) \cdot P(y|x_j)}_{P(y)}}$$

na osnovi največje aposteriorne verjetnosti

$$P(y|\hat{x}) = \max_{1 \leq i \leq M} \{P(y_i|x)\} \Longrightarrow P(x_i|y) = \frac{\cancel{\frac{1}{M}}\, P(y|x_i)}{\cancel{\frac{1}{M}} \underbrace{\sum_1^M P(y|x_j)}_{1}} = P(y|x_i)$$

↓ VHODNI VEKTORJI ENAKO VERJETNI ($P(x) = \frac{1}{M}$)

⇓ obe funkciji odločanja sta enaki, govorimo o idealni funkciji odločanja

$\begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}2 & \boxed{0{,}5} \\ \boxed{0{,}5} & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & \boxed{0{,}5} & 0{,}3 \end{bmatrix}$ -> g: $y_1 \to x_2$, $y_2 \to x_3$, $y_3 \to x_1$ oz. g: $x_1 \to y_3$, $x_2 \to y_1$, $x_3 \to y_2$

OTI - USTNI ②

24. VERIŽNO PRAVILO ZA MEDSEB. INF: $I(X_1 x_2, x_3, \dots, x_n; y) = \sum_{i=1}^{n} I(x_i; y | x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$ ⤷ DOKAZ

$$I(x_1,\dots,x_n; y) = H(x_1,\dots,x_n) - H(x_1,\dots,x_n|y) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} H(x_i|x_1,\dots,x_{i-1}) - \sum_{i=1}^{n} \sum H(x_i|x_1,\dots,x_{i-1},y) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} I(X_i; y|x_1,\dots,x_{i-1})$$

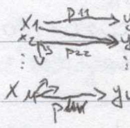
25. IDEALNA SEMPLIRNA FUNKCIJA: $\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT)$ ↳ VERIGA δ IMPULZOV $\xrightarrow[\text{ZAPIS}]{\text{OMOGOČA}}$ $f^*(t) = f(t)\cdot\delta_T(t)$;

26. DISKRETNI KANAL (a_{ij}): DK je trojček $\langle U, P_u, V \rangle$, kjer je $U=\{x_1,\dots,x_n)$ → množica vhodnih znakov

$V=\{y_1,\dots,y_v)$ → -11- izhodnih znakov

$P_u=[a_{ij}]$ → verjetnostna matrika kanala

$a_{ij}=P[y_j|x_i]$; $i=1,\dots,n$; $j=1,\dots,v$



27. KAJ OMEJUJE HITROST PRENOSA:
1. kompresija podatkov (omejuje jo entropija) -> 1. Shannon
2. kapaciteta kanala (določa največjo hitrost kanala) -> 2. Shannon
3. frekvenca vzorčenja (mejna frekvenca v kanalu ki določa vs) -> 3. Shannon

28. RAZLIKA MED H in I: $I(x_i) = -K\log_d p_i \underset{\substack{\downarrow\\K=1\\d=2}}{=} -\log_2 p_i$

$$I(X) = E\{I(x_i)\} = \sum_i p_i I(x_i) = -K\sum_i p_i \log_d p_i = -\sum_i p_i \log_2 p_i = H(X)$$

↳ POVPREČNA INFORMACIJA SISTEMA X (srednja vrednost oz. mat. upanje čez vse informacije posameznih stanj)

Povprečna vrednost lastne inf. $E[I(x)]$ je enaka $H(x)$.

29. HAMMINGOV POGOJ: $\frac{2^n}{\sum_{i=0}^{e}\binom{n}{i}} \geq M$ – določa dolžino n kodnih zamenjav => omogoča pri znanem M in e idealno tehniko odločanja na strani dekodirnika (upoštevaj $d_{min} \geq 2e+1$)

↓ POTREBEN, NE ZADOSTEN POGOJ

↓ MINIMALNA RAZD. MED KODNIMI ZAMENJAVAMI

30. ERGODIČEN SIGNAL = ergodičen -> če je njegovo statistično povprečje enako časovnemu povprečju => velja za vsako naravno št. $m < n$ in niz m znakov $y=(b_1,\dots,b_m)\in A^m$

↓ relativna pogostost niza y v X dolžine n, $x=(x_1,\dots,x_n)\in A^n$, ko gre $n\to\infty$ enaka $P(y)$.

Ergodični vir ima en sam režim delovanja

31. KONVOLUCIJSKI KODI: obstaja~~ta~~ 2 načina za vmo kodiranje
1. BLOČNO – vsak blok se preslika v ustrezno kodno zamenjavo, neodvisno od predhodnih blokov
2. KONVOLUCIJSKO – kodna zamenjava odvisna tudi od predhodnih blokov

32. KOMUNIKACIJSKI KANAL:

KK { kodirnik, oddajnik, LINIJA – zvezni kanal, sprejemnik, dekodirnik } DK (diskretni kanal)

Opisujemo ga z mat. modeli:
- z modelom zveznega kanala
- z modelom diskretnega kanala
- z modelom KK

33. FAZNI AMPLITUDNI SPEKTER: imamo Fourierjevo vrsto v polarni obliki $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos n\omega_0 t + \Phi(t)$

$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$ $\Phi_n=\arctg\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$

polarna oblika ima v frekvenčnem prostoru 2 spektra: amplitudni $(A_n(n\omega_0))$

fazni $(\Phi_n(n\omega_0))$

34. SEMPLIRNA FUNKCIJA: osnovna (iz idealne semplirne funkcije): $f^*(t)=f(t)\cdot\delta_T(t)$

⇓ LAPLACOVE SEMPLIRNE FUNKCIJE
1. $F^*(s)=\sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}$
2. $F^*(s)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(s+jn\omega_s)$
3. $F^*(s)=\sum$ residuum $F(p)\frac{1}{1-e^{-T(s-p)}}$ pri polih $F(p)$

35. OPERATORSKI PRI SINDROMU: enačbe za preverjanje sodosti podane kot sistem m linearno neodvisnih enačb v matriki H.

$H = [\;_{m}I_{m}]$ -> namesto seštevanja je $\oplus$(XOR), namesto množenja AND (mod 2)

y^T – transponirani prejeti vektor

H... linearni bločni kod za množico M kodnih zamenjav (K)

ODKRIVANJE NAPAK: $s = H \cdot y^T$ (če ni 0, napačen prenos)

POPRAVLJANJE NAPAK: $s = H \cdot y^T = H(x+e)^T = H \cdot x^T + H \cdot e^T = H \cdot e^T$

1. $s = H \cdot y^T = 0 \rightarrow x = y$
2. $s_i = H \cdot y^T \neq 0$ in $s_i = H \cdot e_i^T \rightarrow x = y + e_i$
2. —II— in $s_i \neq H \cdot e_i^T$ -> napačen prenos

36. IZBRUH SINDROMOV: izbruh napake opišemo z

$e(p) = p^{i+1} \cdot b(p) \bmod (p^n+1)$ -> $e = (000001011001\overbrace{000}^{3})$

$e(p) = p^3 \cdot (p^6 + p^4 + p^3 + 1) \bmod (p^{15}+1)$

pomembna je dolžina izbruha
↓
določena s prvim in zadnjim napačno sprejetim znakom v okviru (vmes so lahko pravilni) -> $(00\overbrace{1011}^{4}00)$

Pri cikličnem kodu $C(n,k)$ lahko popravimo izbruhe: $\underset{\text{DOLŽINA}}{\underset{\downarrow}{l}} \le \frac{n-k}{2} = \frac{m}{2}$

37. 2. SHANNONOV TEOREM: tudi kanalski kodni teorem; za ODK brez spomina, $C > 0$ ima pogojih, pod katerimi je možno brez napak določiti poslano informacijo po kanalu s šumom

obstaja takšen kod $K(n,k)$ in funkcija odločanja g:

$\overline{P_{ND}^{MAX}} < \delta + d^{-\beta n}$; $\lim_{n \to \infty} \overline{P_{ND}^{MAX}} \to 0$; $M \in d^{nR}$ -> HITROST KODE $(0 < R < C)$
-> OSNOVA LOG

δ, β – POLJUBNO MAJHNI ŠTEVILI ↓ POVPREČJE NAJVEČJIH VERJETNOSTI NAPAK KODOV PREKO VSEH $K(n,k)$

↓ ŠT. KODNIH ZAMENJAV V MNOŽICI K

38. GENERATORSKI POLINOM KODA: to je zadnja vrstica v matriki $G = [I|A]$; ima najnižjo stopnjo -> $m = n-k$

$g(p)$ – OZNAKA

$g(p) = 1 \cdot p^m + g_{m-1} \cdot p^{m-1} + \ldots + g_1 \cdot p + 1$

$G = \begin{bmatrix} 1 & g_{m-1} & g_{m-2} & \cdots & g_1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & g_{m-1} & \cdots & g_1 & 1 \end{bmatrix}$ -> lahko sestavimo s pomočjo premikov: $g(p), g(p) \cdot p, \ldots, g(p) \cdot p^{k-1}$

$x_i = z_i \cdot G$ => vse kodne zamenjave so linearne kombinacije teh polinomov

kod dobljen z G ni sistematičen (kodne zamenjave s strnjenimi informacijskimi bloki) -> lahko ga preuredimo, linearne operacije => določimo tudi sistematičen kod

$p^n + 1 = g(p) \cdot h(p)$ -> $p^n + 1$ je deljiv z $g(p)$ brez ostanka (ker je $g(p)$ najnižje stopnje)

39. DISKRETEN REKURZIVNI SISTEM: $\sum_{i=0}^{m} a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i x^{(i)}(t)$; $y^{(i)}, x^{(i)}$ -> i-ti odvodi $y(t), x(t)$ po času t

↳ so lahko nestabilni zaradi povratne vezave (izhod raste s časom)

40. LFSR: implementacija konvolucijskega koda

Matematični postopek: $p^m \cdot Z(p) + R(p) \equiv$ KODNA ZAMENJAVA

Na oddajni strani izračuna $R(p)$, na sprejemni preveri $(p^m \cdot Z(p) + R(p))$

struktura izhaja iz $g(p)$ ↳ če je na koncu v registru 0, ni napake, drugače se zavrže prenos

Ker je odvisno od dolge zgodovine podatkov (zaradi povratnih povezav) -> detekcija izbruha napak do dolžine = stopnja$(g(p))$

41. OPTIMALNO DEKODIRANJE: Ko govorimo o idealni funkciji odločanja (obe funkciji odločanja sta enaki)

Za dvojiški DSK: $P_K = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{bmatrix}$ $B = \{0,1\}$ => $P(y|x_1) > P(y|x_2) \iff d_H(x_1,y) < d_H(x_2,y)$

pri sprejetem y določimo poslani vektor $\hat{x}$, ki ima čim manjšo $d_H(\hat{x},y)$

⇓

idealna funkcija odločanja je $g(y) = \hat{x}$

OTI -USTNI ③

42. VERIŽNO PRAVILO ZA H(X): $H(X_1,\dots,X_n) = H(X_1) + H(X_2|X_1) + \dots + H(X_n|X_1,\dots,X_{n-1}) = \sum_i H(X_i|X_1,\dots,X_{i-1})$

43. AEL: pravi, da lahko niz, ki jih vir oddaja (brez in z spominom) razdelimo na tipično in netipično množico (pesek je ∅)

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} I_n(X) \xrightarrow{P} H$ } informacija po znaku konvergira k entropiji vira

$P \approx 2^{-nH}$ -> verjetnost tipične

$P \approx 0$ -> verjetnost netipične

analogna zakonu velikih št. -> $\underset{\text{SREDNJA VREDNOST}}{\underset{\downarrow}{\sum}} p_i x_i$ (neodvisne in enakomerno porazdeljene) spr. X bližje srednje vrednosti E(X) in limitira k njej z $n \to \infty$

$\frac{1}{n}\log\frac{1}{P(X)} \approx H \Rightarrow 2^{-nH} \approx P(X) = P(x_1,\dots,x_n)$

$\xrightarrow{P}$ - verjetnostna konvergenca, izhaja iz Bernoullijevega zakona velikih števil: $P(|\frac{k}{n} - p| < \delta) > 1-\gamma$

δ, γ - poljubno majhni št.

p - verjetnost dogodka, $\frac{k}{n}$ - relativna pogostost dogodka v n ponovitvah

44. STAC. PORAZD. MARK. VIRA: oddaja vira v sedanjem trenutku je odvisna od predhodno oddanega znaka (MARKOVOV)

$P(X_n = x_j | X_1 = x_k, \dots, X_{n-1} = x_i) = P(X_n = x_j | X_{n-1} = x_i)$

$q_{ij} = P(X_n = x_j | X_{n-1} = x_i) \geq 0$ => vsota vrstic v Q=1 -> $\sum_j q_{ij} = 1$

verjetnost oddaje znaka v čas n: $P(X_n = x_j) = \sum_{i=1}^{a} P(X_{n-1} = x_i)\cdot q_{ij}$

⇓ V MATRIČNI OBLIKI

$P_n = Q^T \cdot P_{n-1}$

Pri stacionarnih virih -> $P_n = P_{n-1} = P$ (stacionarna porazd. oddaje vira)

zato $P = Q^T \cdot P$

45. ENTROPIJA NEGATIVNA: lahko je -> pri zveznih sistemih

$H(X) = -k \int_a^b f_X(x) \log_d f_X(x)\,dx$ => izgubi fizikalni pomen

46. PREMIK CIKLIČNIH KODOV: ciklični premik za 1 mesto v levo -> zmnožek x(p) s p, po modulu (p^n+1)

$(x_{n-1}p^{n-1} + \dots + x_1\cdot p + x_0)\cdot p = x_{n-1}\cdot p^n + \dots + x_1 p^2 + x_0\cdot p \underset{\downarrow}{=} x_{n-2}p^{n-1} + \dots + x_0\cdot p + x_{n-1}$

$p^n = 1$ ali $p^n - 1 = 0 = p^n + 1$ $(+ \equiv 0)$

47. BAYESOV TEOREM: $P(x_i|y) = \frac{P(x_i)\cdot P(y|x_i)}{\underbrace{\sum_{j=1}^{M} P(x_j)\cdot P(y|x_j)}_{P(y)}}$ } ↓ ZA IDEALNO FUNKCIJO ODLOČANJA

48. HAMMINGOV KOD: $H(n,k)$ - linearni bločni kod ; $n = 2^m - 1$ } dolžina kodnih zamenjav ($m \geq 2, e=1$)

H - matrika za preverjanje sodosti, po stolpcih zapisane števila $1, 2, \dots, 2^m - 1$

POPOLN KOD ↓ velja pogoj

$M \cdot \sum_{i=0}^{e} \binom{M}{i} = 2^M$ (Hammingov pogoj, enakost)

DEKODIRANJE: $D = H\cdot y^T$ pove mesto v y, kjer je napaka (če 0 ni napake)

KODIRANJE: $H\cdot x^T = 0$ in D - množica blokov

49. 1. SHANNONOV TEOREM: obstajajo gospodarni kodi ↓

$H_1 \leq \underset{\text{POVPREČNA DOLŽINA}}{\underset{\downarrow}{\bar{n}}} \leq H_1 + 1$ $\left(\frac{H_1}{k\cdot\log_d b} \leq \bar{n} \leq \frac{H_1}{k\log_d b} + 1\right)$

$H_1 = -\sum^{a} p_i \log p_i$

PODATKOVNA KOMPRESIJA - s krajšimi kodami opišemo bolj verjetne vrednosti spremenljivke => entropija je limita kompresije (1. SHANNONOV TEOREM)

Izmed vseh gospodarnih kodov je optimalen tisti z najmanjšo $\bar{n}$ => $\underset{\downarrow}{\bar{n}} = \frac{H_1}{k\log_d b} = H_1$ (najmanjša)

$H_1 = \bar{n}\log_d b$

$-\sum_1^a p_i \log p_i = \sum_1^a p_i n_i \cdot \log b \Rightarrow \underline{p_i = b^{-n_i}}$ POGOJ ZA MINIMALNI $\bar{n}$

$n_i = -\log p_i$ – SHANNONOV KOD (optimalne dolžine kodnih zamenjav)

Spodnji meji za $\bar{n}$ se približamo tedaj s kodiranjem r-teric znakov: $H(X_1, \dots, X_r) = r \cdot H_1$ (vir brez spomina)

↳ $H_1 \le \bar{n} \le H_1 + \frac{1}{r}$ => OD TOD SHANNON-FANOJEV IZREK

50. LAPLACEOVA TRANSFORMACIJA: večina aperiodičnih funkcij ne zadošča DIRICHLETOVIM pogojem ($u(t)$, $t \cdot u(t)$)

$$\int_0^{\infty} \underbrace{|f(t)e^{-\sigma t}|}_{\text{IZPOLNJEN POGOJ ZA FOURIEROV SISTEM}} dt \le \infty$$ -> pozitivno funkcijo množimo $e^{-\sigma t}$

$$F\{f(t)e^{-\sigma t}\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\sigma t}e^{-j\omega t} = \int f(t)e^{-st}dt = F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$$

↓ $s = \sigma + j\omega$ ↳ LAPLACEOV TRANSFORM

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}ds = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$ – INVERZNI LAPLACE

↳ c mora ležati v ROC, kjer je pogoj => $\int^{\infty} |f(t)e^{-\sigma t}| < \infty$

51. DINAMIČNI SISTEM: Če na izhod v času k vpliva le vhod v času k, potem je tak sistem BREZPOMNILNI ALI TRENUTNI

↳ sicer je DINAMIČEN. Se deli na → sistemi s končnim pomnilnikom (KP oz. FIR)

↘ -||- neskončnim -||- (NP oz. IIR)

$y(k) = \sum_{i=0}^{m} B_i \cdot x(k-i)$ -> KP

$y(k) = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y(k-i) + \sum_{i=0}^{m} B_i \cdot x(k-i)$ -> NP

52. IZRAZ MED ENTROPIJO IN INFORMACIJO: $I(X) = H(X)$ – povprečna vrednost lastne informacije je enaka entropiji

$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$ => $H(X) = I(X;Y) + H(X|Y)$

↳ pove koliko vemo o X iz Y; z enim znakom prenesemo po kanalu v povprečju $I(X;Y)$ bita

53. FOURIEROVA VRSTA: za periodične funkcije -> $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_F t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_F t$ ($\omega_F = \frac{2\pi}{T_p}$ – osnovna frekvenca)

za neperiodične -> $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi t}{L}$ (interval -L do L, $L = \frac{T_p}{2}$, $\omega_F = \frac{\pi}{L}$)

razvoj $f(x)$ -> $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ ($x = \omega_F t$ s periodo 2π, interval $[-\pi, \pi]$)

$f(t)$ lahko razvijemo v Fourierjevo vrsto, če ustreza DIRICHLETOVIM POGOJEM

zgornji enačbi -> TRIGONOMETRIJSKA OBLIKA

$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos n\omega_F t + \Phi_n$ ($\underset{\text{AMPLITUDNI SPEKTER}}{A_n} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, $\underset{\text{FAZNI SPEKTER}}{\Phi_n} = \text{arctg}\frac{b_n}{a_n}$) } POLARNA OBLIKA

$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_F t}$ ($C_n = \frac{1}{T_p}\int_0^{T_p} f(t)e^{-jn\omega_F t}dt$) -> EKSPONENTNA OBLIKA

54. FOURIEROVA TRANSF.: podaja frekvenčno informacijo za aperiodično časovno funkcijo, definirano na celotni časovni osi

$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt = \mathcal{F}\{\underbrace{F(j\omega)}_{f(t)\ \text{[illegible]}}\}$ -> FT

$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega T}d\omega = \mathcal{F}^{-1}\{F(j\omega)\}$ -> inverzna FT

POGOJ ZA TRANSFORM: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\,dt \le \infty$

55. RAZLIKE MED TRANSF.: FOURIERJEVA – podaja frekv. informacijo za funkcije

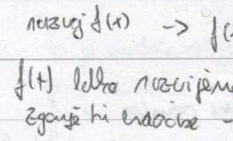
LAPLACEOVA – nadgradnja Fourierjeve, za tiste f., ki ne ustrezajo Dirichletovim pogojem

Z-TRANSFORMACIJA – za diskretne sisteme

(pri zveznih LTI je prednost Laplacea, da prevede diferencialno enačbo v algebraično, pri diskretnih to ni možno zaradi e^{TS})

56. DISKR. SISTEM BREZ SPOMINA: brezpomnilni ali trenutni (memoryless or instantaneous) – na izhod v času k vpliva samo vhod v času k

57. VENNOV DIAGRAM:



58. VEZANA ENTROPIJA: $H(X,Y) = -k\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_{ij}\log_d p_{ij} = -\sum_i\sum_j p_{ij}\log p_{ij}$

Zvezne spremenljivke: $H(x,y) = -k\iint_{\varphi^2} f(x,y)\log_d f(x,y)\,dx\,dy$

$H(X,Y) = H(D_{nm})$, $D_{n,m} \in \Delta_{nm}$

$H(X,Y) = H(Y) + H(X|Y) = H(X) + H(Y|X)$

φ^2 – podporna množica

$k>0$, $d>1$

OTI - USTNI (1.)

59. POGOJNA ENTROPIJA: $H(X|Y) = \sum_j p_j' \cdot H(X|y_j) = -\sum_j \sum_i p_j' \cdot p_{i|j} \cdot \log p_{i|j} = -\sum_i \sum_j p_{ij} \cdot \log p_{i|j}$

podobno za $H(Y|X)$

$H(X|Y)$ - pogojna entropija spremenljivke X glede na spremenljivko y

$H(Y|X)$ — -11- y -11- X

$H(X|Y) \leq H(X)$; $H(Y|X) \leq H(Y)$; $H(X,Y) = H(X) + H(Y|X) \Rightarrow H(Y|X) = H(X,Y) - H(X)$

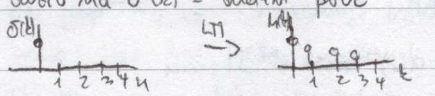
$H(X|Y) = H(X,Y) - H(Y)$

$H(X) + H(Y) \geq H(X,Y)$

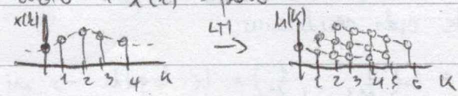
$H(X|Y=y_j) = -\sum_i p_{i|j} \log p_{i|j}$; $p_{i|j} = \frac{p_{ij}}{p_j'}$

$H(Y|X=x_i) = -\sum_j p_{j|i}' \log p_{j|i}'$; $p_{j|i} = \frac{p_{ij}}{p_i}$

60. ODZIV NA IMPULZ: odziv na $\delta(k)$ - enotin pulz



odziv na $x(k)$ - pulz



sistem določimo z odzivom na elementarni testni signal (enotni pulz $\delta(t)$)

sistem je kavzalen (izvedljiv), če njegov odziv ne prehiteva vzbujanja, ki ga povzroča $\rightarrow h(k) = 0$, $k < 0$

enotin pulz $\delta(k-i)$ povzroči pri kavzalnem LTI odziv v obliki sekvence v času $i \rightarrow h(k-i)$

poljubna sekvenca $x(k)$ povzroči izhod $y(k)$ $\rightarrow x(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i)\delta(k-i)$ - zveza med vhodom x, odzivom na enotin pulz h in izhodom y.

odziv na $\delta(k-i)$ je $h(k-i)$, odziv na pulz $x(i)$ pa $x(i)\,h(k-i)$, zaradi superpozicije je izhod $y(k)$ enak vsoti odzivov $x(i)\,h(k-i)$ na vse zaporedne vzorce $\rightarrow y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i)\,h(k-i) \Rightarrow$ KONVOLUCIJA

61. HAMMINGOVA DOLŽINA KODE = določa jo Hammingov pogoj: $\frac{2^n}{\sum_{i=0}^{e}\binom{n}{i}} \geq M$ - omogoča pri znanih M in e idealno fetrijo odločanja na strani dekodirnika

POTREBEN

62. SHANNONOVA DOLŽINA KODE: $p_i = b^{-n_i}$ - pogoj za minimalni $\bar{n}$

$n_i = -\log_d p_i$ - SHANNONOV KOD, omogoča optimalne dolžine kodnih zamenjav

63. REŠEVANJE DIFERENČNIH ENAČB: ~~Z~~ Z-transformacija - uporabna predvsem za sisteme višjih redov, kjer indukcijska metoda odpove

1. uporabimo Z-transformacijo
2. izvedemo inverzno Z transformacijo nad enačbo za $Y(z)$ po eni od metod
   a) RESIDUALNA METODA
   b) RAZŠIRITEV V POTENČNO VRSTO

a) uporabimo Cauchyev teorem in predpostavko, da C zajema izhodišče z ravnine

$f(k) = Z^{-1}\{F(z)\} = \frac{1}{2\pi j}\oint_C F(z)z^{k-1}dz = \sum$ residuumov $F(z)\cdot z^{k-1}$ pri polih $F(z)\cdot z^{k-1}$ znotraj C.

b) imenovalec zapišemo v faktorski obliki $\rightarrow F(z)$ razširimo v delne ulomke, ki jih nadomestimo z inverzno transformacijo (tabele) in seštejemo

rešujemo lahko filtre višjih redov: $y_n = Ay_{n-1} + x_n \rightarrow$ digitalni filter 1. reda

$x_n = h_n$

$y(n) = A^{n+1}y_{-1} + \sum_{i=0}^{n} A^i x(n-i) \rightarrow$ filter reda n

64. MEDSEBOJNA INFORMACIJA: $I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$

zaradi šuma y ni enako kot x, pri izbiri x-a nam pove $I(X;Y)$ koliko vemo o X iz Y in z enim znakom prenesemo po kanalu v povprečju $I(X;Y)$ bitov

$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$

$I(X;Y) = \sum_i \sum_j p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i \cdot p_j'} = D(p_{ij} \| p_i \cdot p_j') \Rightarrow I(x_i, y_j) = \log \frac{p_{ij}}{p_i \cdot p_j'}$ } medsebojna inf. znaka x_i in y_j

povprečna vrednost medsebojnih informacij $I(x_i; y_j)$

ZVEZNE SPR.: $I(X;Y) = K \cdot \iint_{R_2} f(x,y) \cdot \log \frac{f(x,y)}{f_X(x)\,f_Y(y)}\,dx\,dy$; $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy$; $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx$

$I(x_i;y_j) = K \cdot \log_d \frac{f(x,y)}{f_X(x)\,f_Y(y)}$

65. DIRICHLETOVI POGOJI: za Fourierjevo transformacijo, $f(t)$ je:

1. enoznačna, za vsak t ima svojo vrednost
2. povsod končna, če pa je neskončna, je konintegrabilna ($\delta(t)$)

3. je absolutno integrabilna (končno energijo) v periodi
$\int_0^T |f(t)|dt < \infty$
4. v eni periodi ima končno št. ekstremov
5. ima končno št. nezveznosti v eni periodi

66. SEMPLIRNA IN OBRADA : $f^*(t) = f(t)\cdot \delta_T(t)$ → SEMPLIRNA FUNKCIJA

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\frac{\sin(\omega_s(t-kT)/2)}{\omega_s(t-kT)/2}$$

67. LAPLACEOVA RESIDUALNA METODA : bazira na Cauchyevem teoremu (integralskem)
↓ uporabimo nad inverzno LT

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}ds \quad ; \quad z = s \,,\, f(z) = F(s)e^{st}$$

1. izračunamo residuum pri polu a_k

$$r_k = \frac{1}{(m-1)!}\cdot\frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}}\left[(s-a_k)^m\cdot F(s)\cdot e^{st}\right]\Big|_{s=a_k}$$

↳ samo en residuum za pol redam (pri drugih vlakih jih je m)

2. inverzni transform dobimo z vsoto vseh residuumov

68. KAPACITETA: (CASTOOSTI)
zgornja meja je $C = \max\limits_{P_X\in\Delta_n}\{H(X)\} = H(\frac{1}{n},\dots,\frac{1}{n}) = k\cdot\log_d n$ → ni motenj, $H(X|Y)=0$

spodnja meja je $C = \max\limits_{P_X\in\Delta_n}\{H(X)-H(X)\} = 0$ → motnje so enake vhodu

SIMETRIČEN KANAL → vrstice matrike P_K različne razporeditve N števil, stolpci pa N števil

$$\begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}7 \\ 0{,}7 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}7 & 0{,}2 \end{bmatrix} \qquad C = k\cdot\log_d N - H(r_1,\dots,r_N) = k\cdot\log_d N + k\sum_{i=1}^{N} r_i\log r_i$$

69. KAPACITETA ZVEZNIH KANALOV : tako kanali, ki prenašajo zvezne signale → signali z diskretnim časom in zvezno amplitudo 1.
→ signali z zveznim časom −‖− 2.

1. $C = \max\limits_{f_X(x)}\{I(X;Y)\}$

$I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X) = H(Y) - H((X+Z)|X) = H(Y) - H(Z)$ → Z je šum, neodvisen od X-a

GAUSSOV KANAL → imamo šum modeliran z Gaussovo porazdelitvijo

$E\{X_i^2\} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le S$ → povprečna moč niza je največ S

$\sigma_Z^2 = N$ → varianca šuma je konstanta N

$C = \frac{1}{2}k\log_d(1+\frac{S}{N})$

2. upoštevamo frekvenčno območje $(-F, +F)$, v signalu ni višje frekvence kot F
signal lahko zapišemo diskretno z 2F vzorci/sek, gaussov kanal uporabimo natanko 2F-krat/s

$$C = 2F\frac{1}{2}k\log_d(1+\frac{S}{N}) = F k\log_d(1+\frac{S}{N}) \quad [\text{bitov/sek}]$$

70. ENTROPIJA MARKOVOVEGA VIRA :

$$H_n' = H(X_n|X_1,\dots,X_{n-1}) = -\sum_{x_1\in A} P(x_1)\, k\sum_{x_2\in A} P(x_2|x_1)\cdot\log_d P(x_2|x_1)$$

↓ Pogojna entropija n-tega znaka

⇓ H_n ni odvisna od n je entropija stac. Markovovega vira

$$H = \lim_{n\to\infty} H_n' = -\sum_{i=1}^{a} p_i\cdot k\sum_{j=1}^{a} q_{ij}\cdot\log_d q_{ij} = \sum_{i=1}^{a} p_i\cdot H_i \;;\; H_i = -k\sum_{j=1}^{a} q_{ij}\log_d q_{ij}$$

71. KOMPLEKSNOST KOLMOGOROVA: dolžina najkrajšega programa, s katerim je objekt definiran
↳ ne potrebujemo porazd. f in dolžina L ni odvisna od hitrosti rač.
10101010 → 4*"10" } program, ki reproducira X
[illegible] kolmogorova izbere najkrajši program na nekem rač., ki bo izračunal vsako x z natančnostjo $l(x)$
KOLMOGOROVA kompresija je ~4x manjša od prvotne slike.

72. STACIONARNI VIR: če za $n, k \in N$ velja: $P(X_{k+1}=x_1,\dots,X_{k+n}=x_n) = P(X_1=x_1,\dots,X_n=x_n)$
verjetnost sekvence v vsakem trenutku je enaka ; $\lim\limits_{n\to\infty} H_n = \lim\limits_{n\to\infty} H_n' = H < \infty$
↓ ENTROPIJA VIRA

73. ENTROPIJA ZVEZNIH SPR.

$$H(X|Y) = -k\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\log_d\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}dxdy$$

$$H(X_1,\dots,X_n) = -k\int\!\!\int_{\mathbb{R}^n} f(x_1,\dots,x_n)\log_d f(x_1,\dots,x_n)\,dx_1\dots dx_n$$ → ENTROPIJA N ZVEZNIH NAKL. SPR.

OTI - USTNI ⑤

74. GENERATORSKA MATRIKA: linearne bločne kode lahko definiramo s pomočjo generatorske matrike G
dimenzije $k \times n$, $\mathrm{rang}(G) = k$
elementi $g_{ij} \in \{0,1\}$, $i = 1, \ldots, k$, $j = 1, \ldots, n$
njene vrstice predstavljajo k lin. neodvisnih n-komponentnih vektorjev
↓
TEMELJNE KODNE ZAMENJAVE
(bazni vektorji v prostoru $\{0,1\}^n$)

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{KODNE ZAMENJAVE}}}{x_i} = z_i \cdot G = \sum_{j=1}^{k} z_j \cdot v_j$$

75. TRENUTNI KOD: Je prefiksen, če ne vsebuje kodne zamenjave, ki bi bila predpona drugi kodni zamenjavi
DREVO: vsi kodi elementi morajo biti v listih drevesa
KRAFTOV IZREK: potreben in zadosten pogoj za trenutni kod $\rightarrow \sum_{i=1}^{q} r^{-n_i} \leq 1$
↓
velja obratno, če dolžine zadoščajo neenačbi, je možno najti trenutni kod

OT1 - FORMULE

$I(x;y) = H(x)+H(y)-H(x,y) = H(x)-H(x|y) = H(y)-H(y|x)$

$C=\max\{I(x;y)\}$

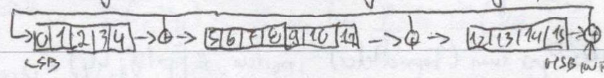
$p(y=0) = p(x=0)\cdot p(y=0|x=0) + p(x=1)\cdot p(y=0|x=1)$

$H(y|x) = p(x=0)\cdot H(y|x=0) + p(x=1)\cdot H(y|x=1)$

$\mathcal{L}\{A\cdot e^{-at}\} = \frac{A}{s+a}$; $\mathcal{L}^{-1}\{\frac{R_k}{(s-a)^m}\} = \frac{R_k\cdot t^{m-1}\cdot e^{a\cdot t}}{(m-1)!}$

$x(t) \Rightarrow X(s) \Rightarrow y(s) = H(s)\cdot X(s) \Rightarrow y(s) \Rightarrow y(t)$

LFSR :



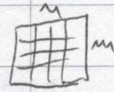
$H(y) = H(x,x,\dots,x) + N\cdot H(Np_1,\dots,Np_n)/N = \boxed{NH(x)}$ entropija y, sestavljen iz N različnih pisem x

$Np_1+\dots+Np_n = 1$

$I(x) = H(x) = -p\log_2 p$

MARKOVSKI VIR: $p = p\cdot P_g$ (po stolpcih) ; $H_m = p_1H_1 + p_2H_2 + p_3H_3$ (H_i, po vrsticah)

SODOST: $h(p)\,g(p) = p^m+1 \Rightarrow h(p) = \frac{p^m+1}{g(p)} \Rightarrow h(p) = 1+p^2+p^3+p^4$ (v drugem vrstnem redu) $\Rightarrow$



SHIFTAMO V DESNO

ENOTINA STOPNICA= $u(t) \Rightarrow X(s) = \frac{1}{s}$

REZIDUUM = $R_i = (s-a_i)\cdot F(s)|_{s=a_i}$ } enojni pol

$R_i = \frac{1}{(l-1)!}\cdot\frac{d^{l-1}}{ds^{l-1}}\left[(s-a_i)^{MAX}\cdot F(s)\right]|_{s=a_i}$ } večkratni

TRENUTEN KOD: (PREFIKSEN) vse kode v listih drevesa. (KRAFT $\sum_{i=0}^{q} r^{-m_i}\le 1$)

OPTIMALEN PO HUFFMANU: $\bar{m} = H$ (če m_i, m_i optimalen)

CIKLIČNO: $F(x) = \underbrace{x^{STOPNJA(g(x))}\cdot Z(x)}_{A} + R(x)$ ($Z(x)$ - sporočilo, $g(x)$ - generator, $R(x)$ ostanek pri deljenju A z $g(x)$)

3.SHANNON: $\omega_s \ge 2\cdot\omega_h$ ($\omega_h = 2\pi\cdot f_h$) ; $f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty}\underbrace{f(kt)}_{\text{VZORČENA FUNKCIJA}}\cdot\frac{\sin(\omega_s(t-kt)/2)}{\omega_s(t-kt)/2}$

ENTROPIJA ZVEZNE SPR.: $H(x) = -\int_0^1\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \underbrace{\int_1^2}_{\text{spodnja os}}\frac{3}{4}\log_2\underbrace{\boxed{\frac{3}{4}}}_{\text{verjetnost}}$ (PRIMER)

$p(y=0|x=0) = \varepsilon$
$p(y=1|x=0) = 1-\varepsilon$
$H(y|x=0) = H(\varepsilon, 1-\varepsilon)$

ZVEZNI FREKV. KANAL: 0-4000 Hz, $C = \underset{\text{maksimum (4000)}}{\textcircled{F}}\cdot\log_2(1+\frac{S}{N})$, $\frac{N}{S} = 0{,}01 \to \frac{S}{N} = 100$

8 informacijskih kodov = M, št. napak = e, varnostni biti = m

$m = M\cdot k$; $k = \log_2 M = 3$; $M \le \frac{2^n}{\sum_{i=0}^{e}\binom{n}{i}}$ } HEMMINGOV POGOJ izberemo tak n, da bo večje od M.

$H(j\omega) = \frac{1}{jT_s\omega+1} = M(\omega)\cdot e^{j\Phi(\omega)}$

pomnožimo zg. in spodaj z $(jT_s\omega-1)$

$H(j\omega) = x + j\cdot y$ (KOMPLEKSNO ŠT.) ; $M(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{x^2+y^2}$

$\Phi(\omega) = \mathrm{arctg}(\frac{y}{x})$

SIMETRIČNI KANAL: $C = \log_2\underset{\text{št. vrstic}}{v} - H(\underbrace{r_1,r_2,r_n}_{\text{v eni vrstici}})$

1000 ZNAKOV: neodvisni $\Rightarrow H_1$ ZA EN ZNAK $\Rightarrow H_s = 1000\cdot H_1$

Z-TRANFORMACIJA: $y(k) = -y(k-1) + 2x(k) \Rightarrow \sum_0^\infty y(k)z^{-k} = -\sum_0^\infty y(k-1)z^{-k} + 2\underbrace{\sum_0^\infty x(k)z^{-k}}_{\frac{z}{z-1}} \Rightarrow l = k-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y(z) = -y(-1) - z^{-1}y(z) + \frac{2z}{z-1} \Rightarrow y(z) = \frac{2z^2}{(z-1)(z+1)} - y(-1)\frac{z}{z+1} \Rightarrow$

$\Rightarrow y(z) = y_1(z) + y_2(z)$

$y_1(z) = \sum \text{residuum}\left\{ \frac{2z^2}{(z-1)(z+1)} \cdot z^{k-1} \right\}$ $y_2(z) = \sum \text{residuum}\left\{ -y(-1)\frac{z}{(z+1)} \cdot z^{k-1} \right\}$

SHANNON-FANOSEV IZREK: $\lim_{n\to\infty} \frac{n_n}{n} = \frac{H_1}{k \log_2 b} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} n_n = H_1$

ŠUM: $p(y|x) = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline y_1 & & & \\ y_2 & & & \\ y_3 & & & \end{array}$

$H(y|x) = p(x_1)\cdot H(y|x=x_1) + \dots + p(x_3)\cdot H(y|x=x_3)$

MARKOVSKI VIR: entropija stanj vira $(p=[p_1, p_2, p_3])$ ≠ entropija vira $(H_M = p_1 H_1 + \dots)$

DOLŽINE PO – SHANNONU: $n_i = -\log_2 p_i$ (zaokrožimo navzgor)

– HUFFMANU: vedno po vrsti, zadnje dva združimo, ...

$x(t) = e^{-3t} \Rightarrow X(s) = \frac{1}{s+3}$

kompresija omejuje $H(X)$, prenos po kanalu pa šum (kapaciteta), podan z matriko $[p(y_j|x_i) = a_{ij}]$

SREDNJA VSEBINA INFORMACIJE $= H(X)$, za 500 znakov $= 500 \cdot H(X)$

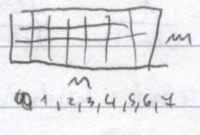
$H(X,Y)$ - vezana entropija $= -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(x_i, y_j) \cdot \log_2 p(x_i, y_j) = H(X) + H(Y|X) = H(Y) + H(X|Y)$

$p(x=0|y=0) = \frac{p(x=0, y=0)}{p(y=0)}$; $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log_2 \frac{p(x,y)}{p(x)\cdot p(y)} = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$

$I(X;Y) = D(p_{ij} \| p_i \cdot p_j) = D(p(x,y) \| p(x)\cdot p(y))$

$H(A,B) = p(b_1)\cdot H(p(a_1|b_1), p(a_2|b_1)) + p(b_2)\cdot H(p(a_1|b_2), p(a_2|b_2))$; $H(B|A)$ obratno

HAMMINGOVO KODIRANJE: $H(\underset{n}{7}, \underset{k}{4}, \underset{m}{3})$; $\underset{\text{SODOST}}{H} \cdot \underset{\text{PODATEK}}{z^T} = \bar{0}$;



DISKRETEN SIMETRIČEN DV. KANAL: $H(X,Y) = -\sum_i \sum_j p_i a_{ij} \cdot \log p_i a_{ij}$

$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ $H(x,y) = H\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)$

$H(Y|X) = -\sum_i \sum_j p_i a_{ij} \cdot \log_2 a_{ij} = p(x_1)\cdot H(y|x=x_1) + p(x_2)\cdot H(y|x=x_2)$

$H(X|Y) = -\sum_i \sum_j p_i a_{ij} \cdot \log_2 c_{ij}$; $c_{ij} = \frac{p_i a_{ij}}{p_j}$

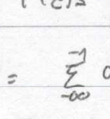
OPTIMALNA DOLŽINA: $\underset{\text{mora veljati}}{\bar{n}} = p_1 \cdot n_1 + \dots + p_n \cdot n_n = H(X)$

Z-TRANS: $x(k) = \delta(k) \Rightarrow \sum_{}^{\infty} x(k) z^{-k} = 1$; $Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}\right\} = u(k)$

ROC: $f(k) = a^{|k|}$; $F(z) = \frac{az}{(1-az)} + \frac{z}{(z-a)}$

$F(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} a^{|k|} \cdot z^{-k} = \sum_{-\infty}^{-1} a^{-k} \cdot z^{-k} + \sum_{0}^{\infty} a^{k} \cdot z^{-k} \xRightarrow{-k=l} \sum_{0}^{\infty} \underbrace{a^l z^l}_{neg} - 1 + \sum_{0}^{\infty} \underbrace{a^k z^{-k}}_{poz} = \underset{\text{pol}: |z| = \frac{1}{|a|}}{\frac{az}{1-az}} + \underset{\text{pol}: |z| = |a|}{\frac{z}{z-a}} = \frac{z(1-a^2)}{(1-az)(z-a)}$

$Z\{a^k\} = \frac{z}{z-a}$



$|a| < r < \frac{1}{|a|}$; $|a| < 1$

KOD TRENUTNI -> KRAFT $\left(\sum_{i}^{q} b^{-n_i} \leq 1 \right)$

$x(t) = te^{-2t} \Rightarrow X(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$

OPTIMALNA KODA: $n = 1 + k(b-1) = 1 + 1(3-1) = $ $1 + 1\cdot 2 = 3$
$1 + 2\cdot 2 = 5$
$1 + 3\cdot 2 = ⑦$

X	x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6	x_7
P	p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6	0

RAZDALJA: $D(p\|q) = \sum_i p_i \log_2 \frac{p_i}{q_i}$ (relativna entropija)