

Izpit iz verjetnosti in statistike (prepis)

Računalništvo in informatika

10. 2. 1997

1. Na stranicah kvadrata $[0, 1] \times [0, 1]$, ki ne ležita na koordinatnih oseh, izberemo na slepo in neodvisno dve točki, X in Y , na vsaki stranici po eno. Kolikšna je verjetnost, da je ploščina trikotnika z oglišči O , X in Y manjša od $1/4$? Kolikšna je pričakovana vrednost dobljene ploščine?
2. Slučajni vektor (X, Y) ima kovariančno matriko:

$$K = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Definirajmo:

$$X' = aX + 2Y + Z$$

$$Y' = X - Y + aZ$$

$$Z' = 2X + Y - Z$$

Določite kovariančno matriko K' , ki pripada slučajnemu vektorju (X', Y', Z') , in poiščite vse vrednosti parametra a , pri katerih sta slučajni spremenljivki X' in Y' nekorelirani.

3. Določen kromosom je tipa A z verjetnostjo $u/(u+1)$, tipa B pa z verjetnostjo $1/(u+1)$, kjer je u neznan parameter. Vsak osebek ima par neodvisnih kromosomov in je tako lahko tipa AA , AB ali pa BB .

Izračunajte verjetnost, da bo v vzorcu velikosti n p osebkov tipa AA , q osebkov tipa AB in r osebkov tipa BB . To je ravno funkcija zanesljivosti L za spremenljivko, prirejeno poskusu s tremi možnimi izidi. Poiščite njen maksimum glede na parameter u in tako določite cenilko u po metodi maksimalne zanesljivosti.

4. Kovanec mečemo toliko časa, da prvič pade grb, in pri tem zabeležimo potrebno število metov. V 100 poskusih smo tako dobili naslednje rezultate: 45-krat je bil potreben samo en met, 30-krat dva meta, 15-krat trije meti, 6-krat štirje meti, 2-krat pet metov in 2-krat šest ali več metov.

S testom hi-kvadrat pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ preizkusite hipotezo, da je porazdelitev potrebnih metov geometrijska:

$$p_k = 2^{-k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

in je tako kovanec simetričen.