

Izpit iz verjetnosti in statistike

Računalništvo in informatika – univerzitetni študij

28. januar 2005

1. Dve nogometni moštvi igrata tekmo. Prvo moštvo doseže v povprečju 3 gole, drugo pa 2 gola na tekmo. Predpostavimo, da je število golov vsake ekipe porazdeljeno po Poissonu, neodvisno od nasprotnika (torej je število golov prve ekipe $X_1 \sim \text{Poi}(3)$ in druge $X_2 \sim \text{Poi}(2)$).
 - a) Kolikšna je verjetnost, da bo izid na koncu izenačen in nobeno od moštev ne doseže več kot pet golov?
 - b) Privzemimo, da so bili doseženi natanko trije goli. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je zmagala prva ekipa?
2. Moštvi iz prve naloge igrata podaljšek do prvega gola (brez časovne omejitve). Čas, ki ga posamezno moštvo potrebuje, da doseže gol, je porazdeljen eksponentno in neodvisno od nasprotnika (torej prvo moštvo potrebuje $T_1 \sim \text{Exp}(3/90) = \text{Exp}(1/30)$ minut, drugo pa $T_2 \sim \text{Exp}(1/45)$ minut).
 - a) Kolikšna je verjetnost, da zmagata prvo moštvo?
 - b) Kolikšna je verjetnost, da po 30 minutah igre še ni gola?
3. Dana je gostota slučajne spremenljivke X :

$$p_X(x) = \begin{cases} ax & ; 0 \leq x \leq b \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases},$$

kjer sta $a, b > 0$ neznanata parametra,

- a) Poiščite zvezo med a in b , tako da bo p_X res gostota slučajne spremenljivke.
 - b) Po metodi momentov poiščite cenilki za parametra a in b .
 - c) Je takšna cenilka za b nepristranska? Ali je dosledna?
4. Pred volitvami so izvedli anketo, kjer so anketirance spraševali po stranki, za katero bodo volili, ter po starosti. Rezultati so predstavljeni s tabelo:

	stranka X	stranka Y	stranka Z
18-30 let	25	11	12
31-45 let	14	13	16
46-65 let	11	9	26
od 66 let naprej	13	10	32

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte domnevo, da je izbira stranke neodvisna od starosti.