

Izpit iz verjetnosti in statistike

Računalništvo in informatika – univerzitetni študij
3. 6. 1999

1. Računalnika si prek slabe zveze pošiljata bit za bitom. Verjetnost, da bo pri prenosu posameznega bita prišlo do napake (t. j. pošiljatelj pošlje ničlo, prejemnik pa dobi enico, ali pa obratno), je odvisna od tega, ali je do napake prišlo tudi pri prenosu prejšnjega bita, ne pa tudi od prenosa predhodnih bitov. Če je bil prejšnji bit poslan pravilno, je pogojna verjetnost, da bo naslednji bit poslan napačno, enaka $1/10$. Če pa je bil prejšnji bit poslan napačno, je pogojna verjetnost, da bo tudi naslednji bit poslan napačno, enaka $2/10$. Verjetnost, da je prvi bit poslan napačno, je enaka $1/9$.
 - a) Kolikšna je verjetnost, da bo drugi bit poslan napačno?
 - b) Zaradi varnosti pošiljatelj dani bit pošlje trikrat zapored, prejemnik pa prejeto trojico bitov razume kot tisti bit, ki ima večino (tako npr. 010 razume kot 0, 110 pa kot 1). Kolikšna je verjetnost, da bo prejemnik narobe razumel pošiljko?
 - c) Recimo, da je prejemnik prejel tri enake bite. Kolikšna je pogojna verjetnost, da bo pošiljko razumel narobe?
2. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni in porazdeljeni po Poissonu: $X \sim \text{Poi}(a)$ in $Y \sim \text{Poi}(b)$. Naj bo n naravno število.
 - a) Za vsak k izračunaj $P(X = k \mid X + Y = n)$.
 - b) Poimenuj pogojno porazdelitev slučajne spremenljivke X pri dogodku $X + Y = n$ in določi morebitne parametre.
3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z naslednjo gostoto:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a^2} e^{-\frac{\sqrt{x}}{a}} & x > 0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Poišči najučinkovitejšo cenilko za neznani parameter a .

4. Meritve neke količine, ki je porazdeljena normalno $N(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

98 101 93 91 85 97 95 94 99 97

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testiraj hipotezo, da je $\mu = 100$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu < 100$.