

2. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Računalništvo in informatika – univerzitetni študij

16. 1. 1998

1. Gledano z makroskopskega stališča je radioaktivni razpad determinističen proces. Če pa gledamo posamezne delce, ugotovimo, da razpadajo slučajno: njihova življenjska doba T ima eksponentno porazdelitev z gostoto $p_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$, razpolovni čas pa je mediana slučajne spremenljivke T .

- a) Radioaktivni delec ima razpolovni čas τ . Naj bo T njegova življenjska doba. Izračunaj $E(T)$.
- b) Prvi radioaktivni delec ima razpolovni čas τ_1 , drugi pa τ_2 . Kolikšna je verjetnost, da bo prvi delec razpadel pred drugim?

2. Slučajni vektor (X, Y) ima naslednjo porazdelitveno tabelo:

	$Y = -1$	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = -1$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}(1 - \alpha)$	$\frac{1}{9}$
$X = 0$	$\frac{1}{9}(1 - \alpha)$	β	$\frac{1}{9}(1 - \alpha^2)$
$X = 1$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}(1 + \alpha^2)$	$\frac{1}{9}$

- a) Izrazi β z α .
- b) Pri katerih α je z zgornjo tabelo res določena porazdelitev slučajnega vektorja?
- c) Pri katerih α sta X in Y nekorelirani?
- d) Pri katerih α sta X in Y neodvisni?

3. Slučajni vektor (X, Y) ima naslednjo porazdelitveno gostoto:

$$p_{(X,Y)}(x, y) = \frac{Cx^2y^2}{(1 + x^2 + y^2)(x^2 + y^2)^{5/2}}$$

Izračunajte konstanto C in gostoto slučajne spremenljivke $Z := X^2 + Y^2$.

Namig: polarne koordinate

4. Proizvajalec kondenzatorjev deklarira, da je njihova povprečna kapaciteta $100pF$. Ko izmerimo kapaciteto slučajno izbranim devetim kondenzatorjem, dobimo naslednje rezultate:

Kondenzator:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kapaciteta [pF]:	99	92	101	92	89	95	88	97	102

- a) Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testiraj hipotezo, da je povprečna kapaciteta enaka $100 pF$, proti alternativni hipotezi, da je manjša od $100 pF$. Za serijo privzemi, da je porazdeljena normalno.
- b) Se rezultat kaj spremeni, če vzamemo dvostranski test?