

1. Dan je logični sklep

$$a \Rightarrow (\neg d \Rightarrow f), \neg(f \wedge b) \vee c, e \vee \neg c, \neg e \vee \neg a, (\neg c \wedge \neg e) \Rightarrow b \models a \Rightarrow d.$$

Dokaži sklep s pomočjo pravil sklepanja ali pa poišči protiprimer.

2. Funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  je podana z  $f(1) = 3$  in predpisom

$$f(n) = \begin{cases} f(n-1) + 1; & f(n-1) \text{ sodo} \\ 2f(n-1); & f(n-1) \text{ liho} \end{cases}$$

za  $n \geq 2$ . Določi  $f(8)$ . Ali je funkcija  $f$  injektivna? Ali je surjektivna? Ali je bijektivna? Zakaj?

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & b \\ a & 1 & b-a \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Za vrednosti  $a = 2$  in  $b = 1$  določi  $A^{-1}$ .

(b) Za katere vrednosti parametrov  $a$  in  $b$  je rang matrike  $A$  enak 3? Za katere je enak 2 in za katere je enak 1?

(c) Pri kakšnih vrednostih  $a$  in  $b$  je matrika  $A$  obrnljiva?

4. V neki firmi je zaposlenih 5 raziskovalcev:  $a, b, c, d, e$ . Delo je razdeljeno v 6 delovnih skupin, ki jih označimo z  $A, B, C, D, E$  in  $F$ . Zaposleni delujejo v delovnih skupinah kot to prikazuje naslednja shema:

$$\begin{array}{ll} A: a, b, c & D: b, c, d \\ B: a, c, d & E: b, e \\ C: a, e & F: c, d, e \end{array}$$

Vsaka skupina potrebuje za sestanek tedensko en del delovni dan. Očitno se dve skupini, ki imata skupnega delavca, ne moreta sestati na isti dan.

(a) Situaciji priredi graf in določi najmanjše število dni, potrebnih za sestanke. Povej, katere skupine se lahko sestanejo v ponedeljek, katere v torek, ... Upoštevale se bodo samo rešitve dobljene s pomočjo grafa!

(b) Ali v grafu iz točke (a) obstaja kak Eulerjev sprehod? Kaj pa Eulerjev obhod? V primeru, da je odgovor DA, natančno določi en tak sprehod oz. obhod. V primeru, da je odgovor NE, povej, zakaj ne.