PRVI KOLOKVIJ IZ DISKRETNIH STRUKTUR VSP

sreda, 27. november 1996

1. Dana je izjava $((A \Rightarrow B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$.

   (a) Ali je ta izjava logično pravilna (resnica)? Kaj torej lahko rečeš o asociativnosti implikacije?

   (b) Dano izjavo zapiši v izbrani disjunktivni in izbrani konjunktivni obliki.

2. Dani sta izjavi $A \Leftrightarrow \neg B$ in $B \Rightarrow A$. Katere od spodaj navedenih izjav logično sledijo iz konjunkcije danih dveh izjav:
   a) $\neg A \Leftrightarrow \neg B$,
   b) $\neg B$,
   c) $\neg A \wedge \neg B$,
   d) $A \vee B$.

3. Induktivni razred $\mathcal{I}$ nad abecedo $\Sigma = \{\bullet\}$ je definiran takole:
   B: $\bullet \in \mathcal{I}$
   P1: $X \in \mathcal{I} \Rightarrow \bullet X X \bullet \in \mathcal{I}$
   P2: $X \in \mathcal{I} \Rightarrow \bullet X \bullet X \bullet X \bullet \in \mathcal{I}$.
   Ugotovi, kateri od spodnjih nizov so v razredu $\mathcal{I}$:
   a) $\bullet^6$, b) $\bullet^{10}$, c) $\bullet^{126}$.
   Pri tem je znak $\bullet^n$ okrajšava za n-krat zapisan znak $\bullet$.

4. Včeraj so Matej, Peter, Rok in Tine vsi naredili izpit iz fizike, vsak je dobil drugačno oceno, a nihče ni dobil ocene 10. Aleša je zanimalo, koliko je kdo dobil in povedali so mu:
   Matej: 'Nisem dobil 6'.
   Peter: 'Nisem dobil ne 6 ne 9.'
   Rok: 'Peter je dobil 8.'
   Tine: 'Peter je dobil 6.'
   Aleš je vedel, da natanko eden od njih vedno govori resnico, ostali pa vedno lažejo, a to ni bilo dovolj. Zato sta mu Rok in Tine pomagala:
   Rok: 'Tine je dobil 9, Matej pa ne 6.'
   Tine: 'Matej res ni dobil 6.'
   Kakšno oceno je dobil posamezen študent?

PRVI KOLOKVIJ IZ DISKRETNIH STRUKTUR VSP

sreda, 24. november 1999

1. Ugotovi, ali je izjava

$$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$$

tavtologija.

2. Določi sestavljeno izjavo $f(p, q, r)$, ki bo imela resničnostno tabelo:

p	q	r	$f(p,q,r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Izjavo $f(p, q, r)$ skušaj zapisati v čim krajši obliki.

3. Izdelaj dokaz sklepa:

$$p \vee q \Rightarrow r, r \Rightarrow s \vee t, t \Rightarrow u \models \neg(s \vee u) \Rightarrow \neg p$$

4. Pokaži, da sta izjavi

$$\forall x : (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow \neg\exists x : P(x)$$

in

$$\neg\exists x : (P(x) \wedge \neg Q(x)) \Rightarrow \forall x : \neg P(x)$$

logično enakovredni.

PRVI KOLOKVIJ IZ DISKRETNIH STRUKTUR VSP

ponedeljek, 4. december 2000

1. (a) Izjavo $\mathcal{I}$ zapiši v izbrani disjunktivni obliki.

p	q	r	$\mathcal{I}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0

p	q	r	$\mathcal{I}$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

   (b) Poenostavi izjavo $\mathcal{I}$ in jo zapiši v čim krajši obliki.

   (c) Za izjavo $\mathcal{I}$ nariši sliko logičnega vezja ter povej, kdaj vezje ne prevaja toka.

2. S pomočjo popolne indukcije pokaži, da so vsi x, ki jih dobiš s programom, navzdol omejeni z 2.

   begin
   $x = 3$;
   for $i = 2$ **to** 2000 **do** $x := 3 - \frac{2}{x}$
   end.

3. (a) Ali je naslednji sklep pravilen? Če je, ga dokaži s pomočjo pravil sklepanja. Če ni pravilen, poišči protiprimer.

$$c \Rightarrow a, \neg d, d \Leftrightarrow \neg b, \neg(\neg a \Rightarrow b) \vee c \ \models \ a \wedge b$$

   (b) V spodnjem izrazu določi območje delovanja posameznega kvantifikatorja ter za posamezne vstope spremenljivk povej, ali so prosti ali vezani. Nato zapiši enakovreden predikatni izraz, v katerem ne bo negacije neposredno pred kvantifikatorji.

$$\neg\exists y : \forall x : (P(x, y, u) \Rightarrow \exists z : T(z, x) \wedge \exists z : S(y, z))$$

4. V neki vasi živijo trojčki Polde, Lojze in Janez, po zunanjosti jih lahko loči le njihova mama. Nekega dne so se odpravili na zimski izlet: nekdo je šel sankat, nekdo drsat in tretji smučat. Ko smo jih zvečer vse utrujene zagledali, so nam povedali:

   A: B je Lojze in jaz se nisem sankal.

   B: Če in samo če sem jaz Janez, potem se nisem drsal.

   C: Če je B Polde, potem sem se jaz smučal.

   Natanko eden izmed bratov je govoril resnico. Kdo je kateri brat in kaj je počel, če vam jaz povem, da je A Janez in da C ni govoril resnice.

PRVI KOLOKVIJ IZ DISKRETNIH STRUKTUR VSP

torek, 20. november 2001

1. (a) Določi sestavljeno izjavo A (z vrednostmi 0 ali 1), da bo izjava $\neg A \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \vee r$ protislovje.

   (b) Zapiši jo v izbrani obliki.

   (c) Nariši sliko logičnega vezja za izjavo A.

2. (a) S pomočjo pravil sklepanja pokaži veljavnost naslednjega sklepa:

$$a \Rightarrow \neg b \vee c, b \wedge c \Rightarrow \neg d \models a \wedge b \Rightarrow (a \wedge c \wedge \neg d) \vee e$$

   (b) Zapiši enakovreden predikatni izraz, v katerem stoji negacija le neposredno pred predikati.

$$\neg \forall x : \forall z : (P(x, y) \wedge \neg Q(z, t) \Rightarrow A(x, y, z, t))$$

   (c) Za posamezne vstope spremenljivk iz naloge **??** povej, ali so prosti ali vezani.

3. S pomočjo popolne indukcije pokaži, da za vsako naravno število n velja formula:

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + ... + n \cdot 2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$$

4. Imamo tri osebe, A, B in C. Ena je vitez, ki vedno govori resnico, drugi dve sta oprodi, ki vedno lažeta. Nekoč so povedali:

   A: "B je oproda tedaj in le tedaj, ko C ni vitez."

   B: "Nisem vitez, če in samo če je C vitez."

   C: "A ni vitez."

   Kaj so osebe A, B in C?