A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \underline{\vee} B$	$A \Leftrightarrow B$	$A \Rightarrow B$	$A \uparrow B$	$A \downarrow B$
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1	0	0

Izjavni vezniki

- negacija ($\neg$) ni res, da...
- konjunkcija ($\wedge$) ...in ...
- inkluzivna disjunkcija ($\vee$) ...ali ...
- ekskluzivna disjunkcija ($\underline{\vee}$) ali ...ali ... (..., sicer)
- ekvivalenca ($\Leftrightarrow$) ... natanko takrat, ko ...
- implikacija ($\Rightarrow$) če ..., potem ...
- Shefferjeva povezava ($\uparrow$) nand ni res, da ..., ali ni res, da ...
- Lukasiewicz-Pierceova povezava ($\downarrow$) nor ni res, da ..., in ni res, da ... (niti... niti...)

Prednost povezav

$\neg, (\wedge, \uparrow), (\vee, \underline{\vee}, \downarrow), \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Izjavni izraz je tavtologija, če je resnična pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo.
Izjavni izraz je protislovje, če je neresničen pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk, ki v njem nastopajo.
Izjavni izraz je nevtralen, če ni niti tavtologija niti protislovje.

Polni nabori izjavnih veznikov

primeri polnih naborov: $\{\wedge, \vee, \neg\}, \{\vee, \neg\}, \{\wedge, \neg\}, \{\uparrow\}, \{\downarrow\}, \{\Rightarrow, \neg\}, \{\Rightarrow, 0\}, \{\underline{\vee}, \vee, 1\}$

$\{\neg, \wedge\}$ - dokaži, da je poln nabor
- izberemo poljuben izjavni izraz A
- ker je $\{\neg, \wedge, \vee\}$ poln nabor, lahko izraz A enakovredno zapišemo z uporabo $\neg$ in $\vee$

$B \wedge C \sim \neg\neg(B \wedge C) \sim \neg(\neg B \vee \neg C)$

- torej lahko A enakovredno zapišemo samo z $\neg$ in $\vee$
- tako smo dokazali, da je $\{\neg, \wedge\}$ poln nabor

DNO (disjunktivna normalna oblika) je disjunkcija osnovnih konjunkcij $((p \wedge q \wedge ...) \vee (...))$
KNO (konjuktivna normalna oblika) je konjunkcija osnovnih disjunkcij $((p \vee q \vee ...) \wedge (...))$
vsak izraz, ki ni protislovje, ima DNO; vsak izraz, ki ni tavtologija, ima KNO

ZAKONI IZJAVNEGA RAČUNA

1. Zakon dvojne negacije: $\neg\neg A \sim A$
2. Idempotenca: $A \wedge A \sim A \qquad A \vee A \sim A$
3. Komutativnost: $A \wedge B \sim B \wedge A \qquad A \vee B \sim B \vee A$
   $A \Leftrightarrow B \sim B \Leftrightarrow A$
4. Asociativnost: $(A \wedge B) \wedge C \sim A \wedge (B \wedge C)$
   $(A \vee B) \vee C \sim A \vee (B \vee C)$
   $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C \sim A \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow C)$
5. Absorpcija: $A \wedge (A \vee B) \sim A \qquad A \vee (A \wedge B) \sim A$
6. Distributivnost: $(A \vee B) \wedge C \sim (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
   $(A \wedge B) \vee C \sim (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
7. de Morganova zakona: $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$
   $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
8. Kontrapozicija: $A \Rightarrow B \sim \neg B \Rightarrow \neg A$
9. Lastnosti 0 in 1: $A \Rightarrow A \sim 1 \qquad A \Leftrightarrow A \sim 1$
   $A \vee \neg A \sim 1 \qquad A \wedge \neg A \sim 0$
10. Še lastnosti 0 in 1: $A \wedge 0 \sim 0 \qquad A \vee 0 \sim A$
    $A \wedge 1 \sim A \qquad A \vee 1 \sim 1$
    $A \Rightarrow 0 \sim \neg A \qquad 0 \Rightarrow A \sim 1$
    $A \Rightarrow 1 \sim 1 \qquad 1 \Rightarrow A \sim A$
11. Lastnosti implikacije: $A \Rightarrow B \sim \neg A \vee B$
    $\neg(A \Rightarrow B) \sim A \wedge \neg B$
12. Lastnosti ekvivalence: $A \Leftrightarrow B \sim (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
    $A \Leftrightarrow B \sim (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$
    $\neg(A \Leftrightarrow B) \sim \neg A \Leftrightarrow B$

PRAVILA SKLEPANJA

modus ponens	MP	$A, A \Rightarrow B$	$\models B$
modus tollens	MT	$A \Rightarrow B, \neg B$	$\models \neg A$
hipotetični silogizem	HS	$A \Rightarrow B, B \Rightarrow C$	$\models A \Rightarrow C$
disjunktivni silogizem	DS	$A \vee B, \neg A$	$\models B$
združitev	Zd	A, B	$\models A \wedge B$
poenostavitev	Po	$A \wedge B$	$\models A$
pridružitev	Pd	A	$\models A \vee B$

Pogojni sklep

Pogojni sklep uporabljamo v primerih, ko ima zaključek obliko implikacije. Tudi disjunkcijo lahko razumemo kot eno izmed variant implikacije.

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) \Rightarrow (B \Rightarrow C)$$

in

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \wedge B) \Rightarrow C$$

Sklep s protislovjem

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) \Rightarrow B$$

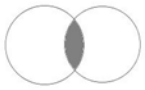
in

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \wedge \neg B) \Rightarrow 0$$

Operacije z množicami

- unija $\boxed{A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}}$

- presek $\boxed{A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}}$



- razlika $\boxed{A \setminus B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}}$

- simetrična razlika $\boxed{A + B = \{x; x \in A \underline{\vee} x \in B\}}$

ZAKONI PREDIKATNEGA RAČUNA

1. Kvantifikatorja in negacija:

$$\neg\forall x P(x) \quad \sim \quad \exists x \neg P(x)$$

$$\neg\exists x P(x) \quad \sim \quad \forall x \neg P(x)$$

2. Komutativnost istovrstnih kvantifikatorjev:

$$\forall x \forall y P(x,y) \quad \sim \quad \forall y \forall x P(x,y)$$

$$\exists x \exists y P(x,y) \quad \sim \quad \exists y \exists x P(x,y)$$

3. Univerzalni kvantifikator in konjunkcija:

$$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \quad \sim \quad \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$$

4. Eksistenčni kvantifikator in disjunkcija:

$$\exists x (P(x) \vee Q(x)) \quad \sim \quad \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$$

5. Naslednje enakovrednosti veljajo samo, če spremenljivka x v formuli W ne nastopa:

$$\forall x (W \wedge P(x)) \quad \sim \quad W \wedge \forall x P(x)$$

$$\forall x (W \vee P(x)) \quad \sim \quad W \vee \forall x P(x)$$

$$\exists x (W \wedge P(x)) \quad \sim \quad W \wedge \exists x P(x)$$

$$\exists x (W \vee P(x)) \quad \sim \quad W \vee \exists x P(x)$$

OMEJENI KVANTIFIKATORJI

Zapis $\quad \forall x \in \mathbb{N}\,(S(x) \wedge L(x))$

definicija

$$\forall x \in \mathcal{A}\,(W) \quad \overset{\text{def}}{\sim} \quad \forall x\,(A(x) \Rightarrow W)$$

$$\exists x \in \mathcal{A}\,(W) \quad \overset{\text{def}}{\sim} \quad \exists x\,(A(x) \wedge W)$$

zakoni z omejenimi kvantifikatorji

$$\neg\forall x \in \mathcal{A}\,(W) \quad \sim \quad \exists x \in \mathcal{A}\,\neg(W)$$

$$\neg\exists x \in \mathcal{A}\,(W) \quad \sim \quad \forall x \in \mathcal{A}\,\neg(W)$$

$$A \underline{\vee} B \;=\; \neg A \Leftrightarrow B$$

ENAKOSTI Z MNOŽICAMI

1. Zakon dvojnega komplementa: $\quad (A^c)^c \;=\; A$

2. Idempotenca: $\quad A \cap A \;=\; A \qquad A \cup A \;=\; A$

3. Komutativnost: $\quad A \cap B \;=\; B \cap A \qquad A \cup B \;=\; B \cup A$
$\quad A + B \;=\; B + A$

4. Asociativnost: $\quad (A \cap B) \cap C \;=\; A \cap (B \cap C)$
$\quad (A \cup B) \cup C \;=\; A \cup (B \cup C)$
$\quad (A + B) + C \;=\; A + (B + C)$

5. Absorpcija: $\quad A \cap (A \cup B) \;=\; A \qquad A \cup (A \cap B) \;=\; A$

6. Distributivnost: $\quad (A \cap B) \cup C \;=\; (A \cup C) \cap (B \cup C)$
$\quad (A \cup B) \cap C \;=\; (A \cap C) \cup (B \cap C)$
$\quad (A + B) \cap C \;=\; (A \cap C) + (B \cap C)$

7. de Morganova zakona: $\quad (A \cup B)^c \;=\; A^c \cap B^c$
$\quad (A \cap B)^c \;=\; A^c \cup B^c$

8. Kontrapozicija: $\quad A \subseteq B \;\sim\; B^c \subseteq A^c$

9. Lastnosti *prazne množice* $\emptyset$ in *univerzalne množice* S:
$\quad A \cup A^c \;=\; S \qquad A \cap A^c \;=\; \emptyset$
$\quad A + A \;=\; \emptyset \qquad A + A^c \;=\; S$

10. Še lastnosti $\emptyset$ in S: $\quad A \cap \emptyset \;=\; \emptyset \qquad A \cup \emptyset \;=\; A$
$\quad A \cap S \;=\; A \qquad A \cup S \;=\; S$

11. Lastnosti vsebovanosti:
$\quad A \subseteq B \;\sim\; A \cup B = B \;\sim\; A \cap B = A \;\sim\; A \setminus B = \emptyset$
$\quad$ če $A \subseteq B$, potem $A \cup C \subseteq B \cup C$
$\quad$ če $A \subseteq B$, potem $A \cap C \subseteq B \cap C$
$\quad A \cap B \subseteq A, B \subseteq A \cup B$

12. Lastnosti razlike množic: $\quad A \setminus B \;=\; A \cap B^c$

13. Lastnosti simetrične razlike: $\quad A + B \;=\; (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
$\quad A + B \;=\; (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

LASTNOSTI KARTEZIČNEGA PRODUKTA

1. Kartezični produkt in unija:

$$A \times (B \cup C) \;=\; (A \times B) \cup (A \times C)$$
$$(A \cup B) \times C \;=\; (A \times C) \cup (B \times C)$$

2. Kartezični produkt in presek:

$$(A \cap B) \times (C \cap D) \;=\; (A \times C) \cap (B \times D)$$

Posledici:

$$A \times (C \cap D) \;=\; (A \times C) \cap (A \times D) \quad \text{če izberemo } A = B$$
$$(A \cap B) \times C \;=\; (A \times C) \cap (B \times C) \quad \text{če izberemo } C = D$$

3. $\quad A \times B = \emptyset \quad \Leftrightarrow \quad A = \emptyset \vee B = \emptyset$

4. $\quad A \subseteq C \wedge B \subseteq D \quad \Rightarrow \quad A \times B \subseteq C \times D$

5. $\quad A \times B \subseteq C \times D \;\wedge\; A \times B \neq \emptyset \quad \Rightarrow \quad A \subseteq C \wedge B \subseteq D$

6. $\quad |A| = k \wedge |B| = \ell \quad \Rightarrow \quad |A \times B| = k \cdot \ell$