Permutacije

- Cikel dolžine 2 = **transpozicija**
  (vsako permutacijo lahko zapišemo kot produkt transpozicij: $(12)(13)=(123)$)
- **Parnost** : preštejemo število inverzij
- **Red permutacije** je najmanjši skupni večkratnik dolžin ciklov, ko je permutacija zapisana kot produkt disjunktnih ciklov

Kolobarji

- $(A,+,\cdot)$
  - $(A,+)$ Abelova grupa, enota = 0 (ničla kolobarja)
  - $(A,\cdot)$ polgrupa
  - • distributivna čez + : $a\cdot(b+c)=ab+ac$, $(a+b)\cdot c=ac+bc$
- 0 je absorpcijski element
- $a\cdot b=0\Rightarrow a,b$ prava delitelja niča (v Z_n tisti elementi, ki niso tuji n)
- $$ax+by=c$$
  $$x=x_0-\frac{b}{\gcd(a,b)}\cdot t \qquad t\in Z$$
  $$y=y_0+\frac{a}{\gcd(a,b)}\cdot t$$
- inverz : $a\cdot a' =1$
- absorpcija velja, ko $\forall a,b\in A:((a+a\cdot b=a)\wedge(a+b\cdot a=0))$
- v vsakem kolobarju velja $-(a\cdot b)=a\cdot(-b)$

Obsegi

- $(A,+,\cdot)$
  - $(A,+)$ grupa
  - enota za množenje = 1
  - vsak element ≠ 0 in inverz za •
- nima pravih deliteljev niča

Grafi

- $G=(V,E)$
- V ... točke
- E ... povezave
- **Vsota stopenj** točk mora biti soda

		$\lvert V\rvert$	$\lvert E\rvert$	δ	Δ
K_n	Poln graf na n točkah	n	$\binom{n}{2}=\frac{n\cdot(n-1}{2}$	$n-1$	$n-1$
$K_{n,m}$	Poln dvodelen graf	$m+n$	$m\cdot n$	$\min(m,n$	$\max(m,n$
P_n	Pot na n točkah	n	$n-1$	1	$2\ (n\geq 3)$
C_n	Cikel na n točkah	n	n	2	$2\ (n\geq 3)$
W_n	Kolo	$n+1$	$2n$	3	n
Q_n	Kocka	2^n	2^{n-1}	n	n

- **Kubičen graf** = vse točke imajo stopnjo 3
  - $G=(V,E)$
- sprehod po grafu
  - **sprehod** : $\overline{v_1}\,\overline{e_1}\,\overline{v_2}\,\overline{e_2}\ldots\overline{e_k}\,\overline{v_{k+1}}$; $\overline{v_i}$ in $\overline{v_{i+1}}$ sta krajišči $\overline{e_i}$, k ... dolžina sprehoda (točke niso nujno različne)
  - **pot** : sprehod, kjer se točke ne ponavljajo

- **obhod** : je sprehod, v katerem končna in začetna točka soupadata
- **cikel** : je sprehod, v katerem se točke ne ponavljajo, razen prve in zadnje

- G je **povezan**, če med poljubnima točkama u in v iz V(G) obstaja sprehod z začetkom v v in koncem v u.
- G je **povezan**, če ima $2n$ točk in $\delta(G) \geq n$ (vsaj eden od G in $\overline{G}$ je povezan – potrebno dokazati)
- **Drevo**
  - Točka stopnje 1 je list
  - Povezan graf brez cikla
  - Povezan graf z n točkami in n-1 povezavami
  - Za $\forall e \in E(G)$ je $G-e$ nepovezan
  - Za $\forall e \in E(\overline{G})$ ima $G+e$ natančno 1 cikel
  - Točke v drevesu so stopnje vsaj 1
- **Gozd**
  - Graf brez ciklov
  - Vsaka komponenta je drevo
- **Eulerjev obhod** je obhod, kjer se vsaka povezava uporabi natanko 1x.
  - Graf ga ima natanko takrat, ko so vse točke sode stopnje.
- **Eulerjev sprehod** je sprehod, kjer se vsaka povezava uporabi natanko 1x.
  - Graf ga ima, ko sta kvečjemu 2 točki lihe stopnje (ti 2 točki sta krajišče sprehoda)
- **Hamiltonov cikel** (HC) (obhod) (vse povezave) je cikel skozi vse točke grafa.
  - G ima n točk, $\delta(G) \geq \frac{n}{2} \Rightarrow$ G ima HC
- **Hamiltonova pot** (HP) (sprehod) (vse točke) je pot skozi vse točke grafa.
- Potreben pogoj za **Hamiltonov problem**
  - Če graf G, ko odstranimo k točk, razpade na >k komponent, potem nima HC, če pa razpade na >k+1 komponent, potem nima niti HP
- **Risanje grafov**
  - V vsaki potezi število točk z lihimi stopnjami zmanjšamo za 2