Grafi

G=(V, E, A)
G – graf
L – množica povezav
V – množica točk
E – množica neusmerjenih povezav [e(u:v)]
A – množica usmerjenih povezav [a(u,v)]

Izrek 12.1 V vsakem grafu je sodo točk lihe valence (stopnje- v enostavnem neusmerjenem grafu).

Največje število povezav v enostavnem nepovezanem grafu je $\frac{n(n-1)}{2}$, kjer je **n** število točk.

Izračun števila povezav v grafu: $\sum_{a \in V} val(a) = 2|E|$

Komplement grafa

$\overline{G}$ je komplement grafa g, če velja:

- $(x, y) \in E(G) \Rightarrow (x, y) \notin E(\overline{G})$
- $(x, y) \notin E(\overline{G}) \Rightarrow (x, y) \in E(G)$

k-regularni grafi

Graf je **k**-regularen natanko takrat, ko ima vsaka točka stopnjo **k**.
Če je graf k-regularen velja: $k|V|=2|E|$
Noben graf z **liho** točkami ne more biti kubičen (k=3).

Povezanosti

Graf je povezan natanko takrat, kadar iz vsake točke po povezavah pridemo v katerokoli drugo točko.
Izrek 12.2 (Dirac) V k-povezanem, $k \geq 2$, neusmerjenem grafu G leži vsaka množica k točk v ciklu.

Izrek 12.3 (Whitney) Graf G je po točkah/povezavah k-povezan natanko takrat, ko vsak par točk povezuje vsaj k po točkah/povezavah ločenih sprehodov.

Drevesa

Izrek 12.10 Za graf G na n točkah so naslednje trditve enakovredne:

1. graf G je drevo;
2. graf G ne vsebuje nobenega cikla in ima n-1 povezav;
3. graf G je povezan in ima n-1 povezav;
4. graf G je povezan I vsaka povezava je most;
5. vsak par točk grafa G je povezan z natanko eno potjo;
6. graf G ne vsebuje cikla, toda če dodamo katerokoli povezavo dobimo natanko en cikel.

Izrek 12.11 Graf G je povezan natanko takrat, ko v njem obstaja vpeto drevo.

Eulerjev problem

Izrek 12.4 Vpovezanem neusmerjenem grafu *G = (V,E)* obstaja **Eulerjev obhod** natanko takrat, ko so vse točke grafa sode valence; in obstaja **Eulerjev sprehod** natanko takrat, ko ima največ dve lihi točki – tedaj je ena začetek druga pa konec sprehoda.

Barvanje grafov

Barvanje grafa je pravilno, če velja, da sta poljubni dve povezani točki različnih barv.
Kromatično število $\chi(G)$ nam pove s koliko najmanj barvami se da obarvati graf.
$1 \leq \chi(g) \leq |V|$
Trikotnik ne moremo pobarvati z manj kot tremi barvami.

Ravninski grafi

Graf je ravninski, če ne vsebuje K_5 ali $K_{3,3}$ kot minor.