Diskretne strukture

Gašper Fijavž

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

25. oktober 2006

Pogojni sklep

Pogojni sklep (PS) uporabljamo, kadar ima zaključek sklepa obliko implikacije.

Izrek

$A_1, A_2, \ldots, A_k \models B \Rightarrow C$ *natanko tedaj, ko*
$A_1, A_2, \ldots, A_k, B \models C$.

Zgled

Pokaži, da iz predpostavk $p \Rightarrow q \vee r$ in $\neg r$ logično sledi zaključek $p \Rightarrow q$.

1.	$p \Rightarrow q \vee r$	predpostavka
2.	$\neg r$	predpostavka
3.1.	p	predpostavka PS
3.2.	$q \vee r$	MP(1,3.1)
3.3.	q	DS(3.2,2)
3.	$p \Rightarrow q$	PS(3.1,3.3)

Sklep s protislovjem

Sklep s protislovjem (RA) lahko uporabljamo kadarkoli.

Izrek

$A_1, A_2, \ldots, A_k \models B$ *natanko tedaj, ko*
$A_1, A_2, \ldots, A_k, \neg B \models 0.$

Zgled

Pokaži, da iz $p \Rightarrow \neg(q \Rightarrow r)$, $s \wedge q \Rightarrow r$ in s sledi $\neg p$.

1.	$p \Rightarrow \neg(q \Rightarrow r)$	predpostavka
2.	$s \wedge q \Rightarrow r$	predpostavka
3.	s	predpostavka
4.1.	$\neg\neg p$	predpostavka RA
4.2.	p	$\sim$4.1
4.3.	$\neg(q \Rightarrow r)$	MP(1,4.2)
4.4.	$q \wedge \neg r$	$\sim$4.3
4.5.	q	Po(4.4)
4.6.	$\neg r$	Po(4.4)
4.7.	$s \wedge q$	Zd(3,4.5)
4.8.	r	MP(2,4.7)
4.9.	$r \wedge \neg r \sim 0$	Zd(4.8,4.6)
4.	$\neg p$	RA(4.1,4.9)

Analiza primerov

Analizo primerov (AP) lahko uporabljamo, kadar ima ena od predpostavk obliko disjunkcije.

Izrek

$A_1, A_2, \ldots, A_k, B_1 \vee B_2 \models C$ *natanko tedaj, ko*
$A_1, A_2, \ldots, A_k, B_1 \models C$ *in*
$A_1, A_2, \ldots, A_k, B_2 \models C$.

Predikatni račun

Predpostavki:	*Vsi študentje računalništva znajo logično sklepati.*
	Škrat Kuzma ne zna logično sklepati.
Zaključek:	*Škrat Kuzma ni študent računalništva.*

Področje pogovora in predikati

Področje pogovora je neprazna *množica*. Na primer ljudje, številke, živali.

Predikati so logične *funkcije*, ki za svoje argumente lahko dobijo elemente področja pogovora.

Če v predikate vstavljamo elemente področja pogovora, dobimo *izjave*.

Predikati

Predikate ločimo po mestnosti.

V izbrani interpretaciji enomestni predikati ustrezajo *lastnostim* elementov področja pogovora. Dvomestni predikati ustrezajo *zvezam* (tudi *relacijam*) med elementi področja pogovora.

Kvantifikatorja

Poznamo dva kvantifikatorja:

$\forall$	univerzalni kvantifikator
$\exists$	eksistenčni kvantifikator

Pomen kvantifikatorjev

Velja samo za izbrano interpretacijo.

$\forall x\, P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko imajo vsi elementi področja pogovora lastnost P. Sicer je neresnična.

$\exists x\, P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko obstaja (vsaj en) element področja pogovora, ki ima lastnost P. Sicer je neresnična.

Formalizacija

Definiraj ustrezne predikate in zapiši naslednje izjave:

- *Nekateri politiki so nepošteni.*
- *Noben politik ni nepošten.*
- *Vsi politiki so nepošteni.*

$\vdots$

Interpretacija

Dvomestni predikat $P(x, y)$ naj pomeni *x pozna y-ona.*

Na katere načine lahko formulo $P(x, y)$ spremeniš v izjavo?