## OPERACIJE Z RELACIJAMI

Naj bo $A$ neprazna množica in $R, S \subseteq A \times A$ relaciji v $A$. Z $U_A$ označimo *univerzalno relacijo v* $A$. Relacije so množice, zato lahko govorimo o *uniji relacij* $R \cup S$, *preseku relacij* $R \cap S$ in *razliki relacij* $R \setminus S$.

Če govorimo o relacijah v množici $A$, potem definiramo *komplement relacije* $R$, označimo ga standardno z $R^c$, kot

$$R^c = \{(x, y) \ \mid \ \neg xRy\} = U_A \setminus R = (A \times A) \setminus R.$$

*Inverzna relacija* k $R$, označimo jo z $R^{-1}$, definiramo s predpisom

$$yR^{-1}x \text{ natanko tedaj, ko } xRy.$$

Velja torej

$$R^{-1} = \{(y, x) \ \mid \ xRy\}.$$

*Kompozitum relacij* $R$ in $S$ (tudi *produkt relacij*), uporabljamo oznako $R*S$, je relacija definirana z

$$R * S = \{(x, z) \ \mid \ \exists y \in A : xRy \text{ in } ySz\}.$$

Velja torej

$$xR * Sz \text{ natanko tedaj, ko obstaja } y \in A \text{ za katerega velja } xRy \text{ in } ySz.$$

## LASTNOSTI OPERACIJ Z RELACIJAMI

Znova naj bo $A$ neprazna množica in $R, S, T \subseteq A \times A$ relacije v $A$. Standardno naj $\mathrm{id}_A$ označuje *relacijo identitete ali enakosti v* $A$. Veljajo naslednje zveze.

(1) $(R^{-1})^{-1} = R$

(2) $(R * S)^{-1} = S^{-1} * R^{-1}$

(3) $(R * S) * T = R * (S * T)$

(4) $R * (S \cup T) = (R * S) \cup (R * T)$

(5) $(R \cup S) * T = (R * T) \cup (S * T)$

(6) $R * \mathrm{id}_A = \mathrm{id}_A * R = R$

(7) Iz $R \subseteq S$ sledi $R * T \subseteq S * T$ in $T * R \subseteq T * S$.

Opomba. Točki (4) in (5) ne veljata za presek. Relaciji $R * (S \cap T)$ in $(R * S) \cap (R * T)$ nista nujno enaki.