SLIKE IN PRASLIKE

Preslikava $f : A \to B$ na naraven način porodi preslikavi, ki ju po nemarnem največkrat označimo z oznakama f in f^{-1}, imenujemo pa *slika* in *praslika*. Naj bo $A_1 \subseteq A$ in $B_1 \subseteq B$. *Slika preslikave* f je definirana z:

$$\begin{aligned} f &: \mathcal{P}A \to \mathcal{P}B \\ f(A_1) &= \{f(a_1)\ ;\ a_1 \in A_1\} \subseteq B\,, \end{aligned}$$

praslika preslikave f pa z

$$\begin{aligned} f^{-1} &: \mathcal{P}B \to \mathcal{P}A \\ f^{-1}(B_1) &= \{a\ ;\ a \in A\ \wedge f(a) \in B_1\} \subseteq A\,. \end{aligned}$$

Opozorilo. Čeprav prasliko označujemo z istim simbolom f^{-1} kot *inverzno preslikavo* preslikave f, gre za različna (četudi sorodna) koncepta. Ponavadi lahko iz spremnega teksta odločimo na kateri način gre interpretirati simbol f^{-1}.

Pokaži naslednje trditve:

Trditev 1 *Slika* je injektivna preslikava natanko tedaj, ko je $f : A \to B$ injektivna.

Trditev 2 *Slika* je surjektivna preslikava natanko tedaj, ko je $f : A \to B$ surjektivna.

Trditev 3 *Praslika* je injektivna preslikava natanko tedaj, ko je $f : A \to B$ surjektivna.

Trditev 4 *Praslika* je surjektivna preslikava natanko tedaj, ko je $f : A \to B$ injektivna.

V pomoč. V kakšni zvezi sta A_1 in $f^{-1}(f(A_1))$? Kaj pa B_1 in $f(f^{-1}(B_1))$?

Primerjaj tudi naslednje pare izrazov, kjer sta A_1 in A_2 podmnožici A, ter sta B_1 in B_2 podmnožici v B.

1. $f(A_1 \cup A_2)$ in $f(A_1) \cup f(A_2)$
2. $f(A_1 \cap A_2)$ in $f(A_1) \cap f(A_2)$
3. $f^{-1}(B_1 \cup B_2)$ in $f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$
4. $f^{-1}(B_1 \cap B_2)$ in $f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$

Kot namig. Trije od zgornjih parov izrazov so enaki. Kateri? Pri četrtem paru pa velja vsebovanost. V katero smer?

Zgornje lastnosti lahko razširimo tudi na družine podmnožic. Naj bo $\{A_i; i \in \mathcal{I}\}$ družina podmnožic množice A in $\{B_i; i \in \mathcal{I}\}$ družina podmnožic množice B. Primerjaj:

1. $f(\bigcup_{i\in\mathcal{I}} A_i)$ in $\bigcup_{i\in\mathcal{I}} f(A_i)$
2. $f(\bigcap_{i\in\mathcal{I}} A_i)$ in $\bigcap_{i\in\mathcal{I}} f(A_i)$
3. $f^{-1}(\bigcup_{i\in\mathcal{I}} B_i)$ in $\bigcup_{i\in\mathcal{I}} f^{-1}(B_i)$
4. $f^{-1}(\bigcap_{i\in\mathcal{I}} B_i)$ in $\bigcap_{i\in\mathcal{I}} f^{-1}(B_i)$

Pokaži, da veljajo natančno iste zveze kot v primeru unije in preseka dveh množic.