

Kompleksna števila

Def.: Kompleksno število z je urejen par realnih števil (a,b) ; prvo, $A=\operatorname{Re} z$, imenujemo realna komponenta, drugo, $b=\operatorname{Im} z$, imaginarna komponenta. Množico vseh kompleksnih števil označimo s simbolom C .

$$(a,b) + (c,d) = (a + c, b + d) \quad (1.6)$$

$$(a,b) \cdot (c,d) = (ac - bd, ad + bc) \quad (1.7)$$

Def.: Množica C z operacijama (1.6) in (1.7) je obseg.

$$\bar{z} = a - ib \quad \text{konjugirano število števila } z$$

$$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Polarni zapis kompleksnega števila

Lego kompleksnega števila z v ravnini lahko opišemo tudi v polarnih koordinatah, tako da podamo oddaljenost $|z|$ števila od števila z od izhodišča 0 ter kot φ , med poltrakom iz 0 skozi točko z in pozitivnim delom realne osi.

Kotu φ pravimo argument števila z , kar zapišemo $\varphi = \arg z$. Argument kompleksnega števila ni enolično določen, saj določajo vsi argumenti $\varphi + 2k\pi$, isti poltrak v kompleksni ravnini. Če izberemo argument tako, da leži na intervalu $[0, 2\pi)$, pravimo, da smo izbrali glavno vrednost argumenta. Ta je določena enolično za vsak $z \neq 0$.

Prehod od zapisa po komponentah do polarnega zapisa kompleksnega števila $z = x + iy$ je določen z enačbami:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{obratni prehod pa } z \quad x = r \cdot \cos \varphi \quad y = r \cdot \sin \varphi$$

$$\text{Polarni zapis kompleksnega števila } z = x + iy: \quad z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$\text{De Moivreov obrazec: } z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

Koreni kompleksnih števil

$$w_k = z^{p/q} = r^{p/q} \left[\cos \frac{p\varphi + 2k\pi}{q} + i \sin \frac{p\varphi + 2k\pi}{q} \right]$$