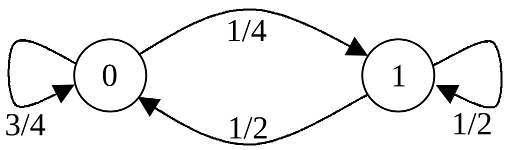
Modeliranje in simulacije

Zbirka rešenih nalog iz avditornih vaj

(neuradna in nepregledana verzija)

1. Kolikšna je verjetnost stanja 1 po četrtem časovnem koraku, če stohastični proces podaja diagram prehajanja stanj na sliki in smo v času t=0 v stanju 0?



$P_0(0)=1$

$$\mathrm{M}=\begin{bmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{M}^2=\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 11 & 5 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$$

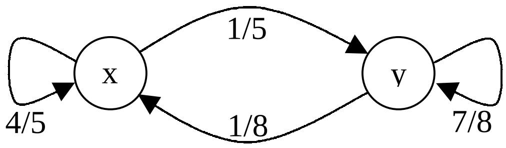
$P_1(4)=?$

$$\mathrm{M}^4=\frac{1}{256}\begin{bmatrix} 271 & 85 \\ 170 & 86 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{P_1(4)=\frac{85}{256}}}$$

2. Kakšni sta verjetnosti dogodkov x in y, če sta edina možna dogodka in sta pogojno verjetnosti p(y|x)=1/5 in p(x|y)=1/8?

$$p(x)+p(y)=1$$

$$p(x)=\frac{4}{5}p(x)+\frac{1}{8}p(y)$$



$$\frac{1}{5}p(x)=\frac{1}{8}\big(1-p(x)\big)$$

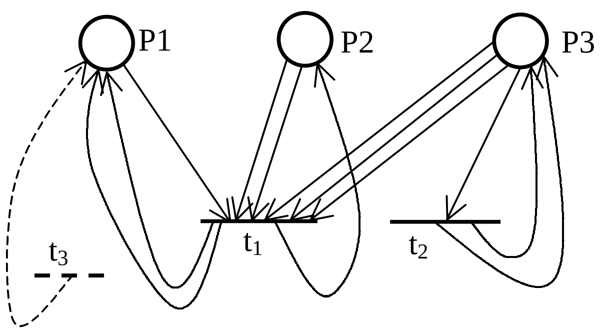
$$8p(x)=5-5p(x)$$

$$13p(x)=5 \quad \rightarrow \quad p(x)=\frac{5}{13} \quad \rightarrow \quad p(y)=\frac{8}{13}$$

3. Nariši Petrijev graf za matriki:

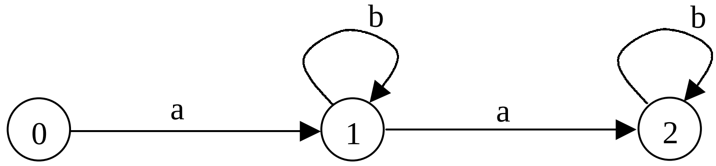
$$I=\begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \end{array}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad O=\begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \end{array}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

PM dodaj enostavni vhod iz t_3 v t_1 in ponovno zapiši I in O matriki.

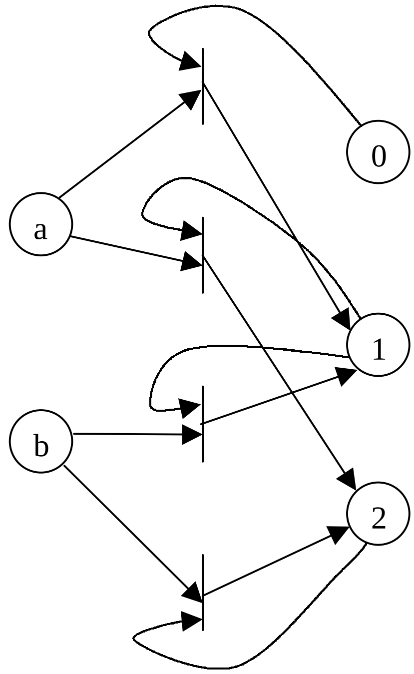


$$I=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{O}=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

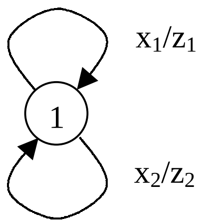
4. Nariši PM za avtomat podan z regularnim izrazom ab*ab*.



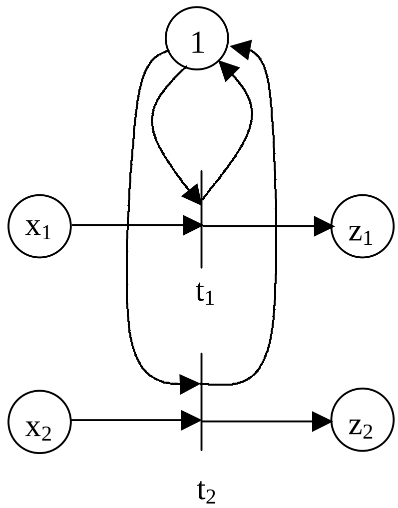
	0	1	2
a	1	2	-
b	-	1	2



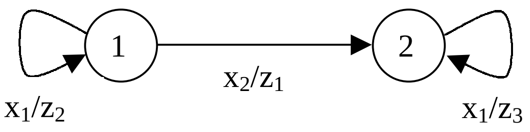
5. Nariši PM za podan enostavni avtomat.



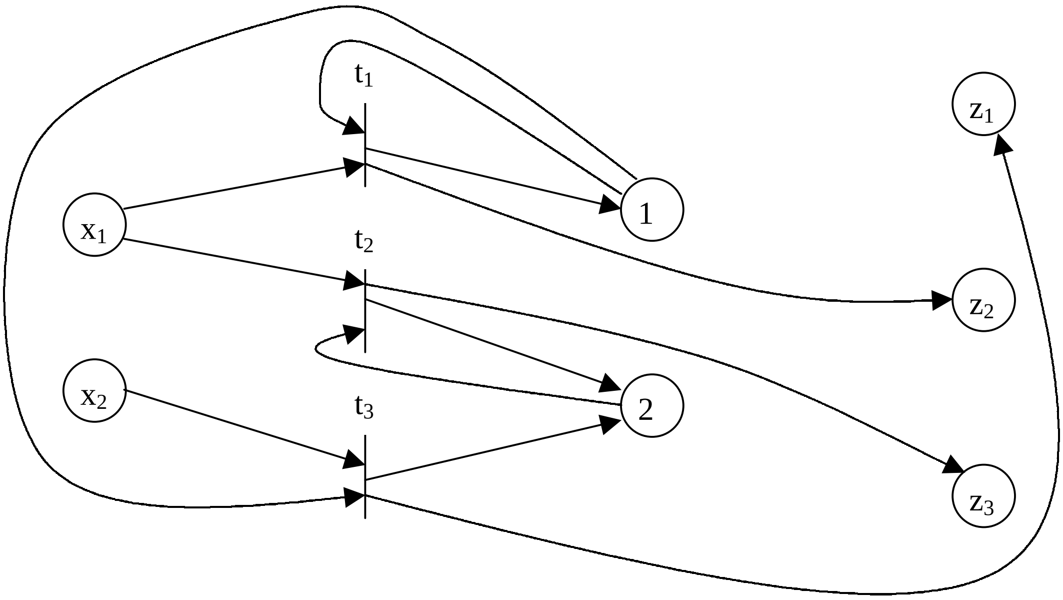
	1	
$\mathbf{x_1}$	$1/z_1$	→ t_1
$\mathbf{x_2}$	$1/z_2$	→ t_2



6. Določi I in O matriki za PM, ki ustreza avtomatu

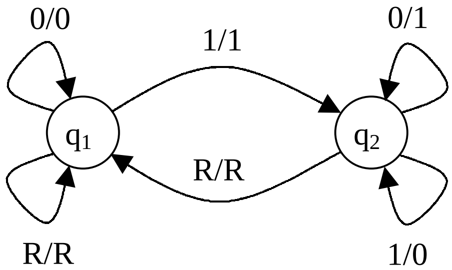


	1	2
x_1	$1/z_2$	$1/z_3$
x_2	$2/z_1$	-



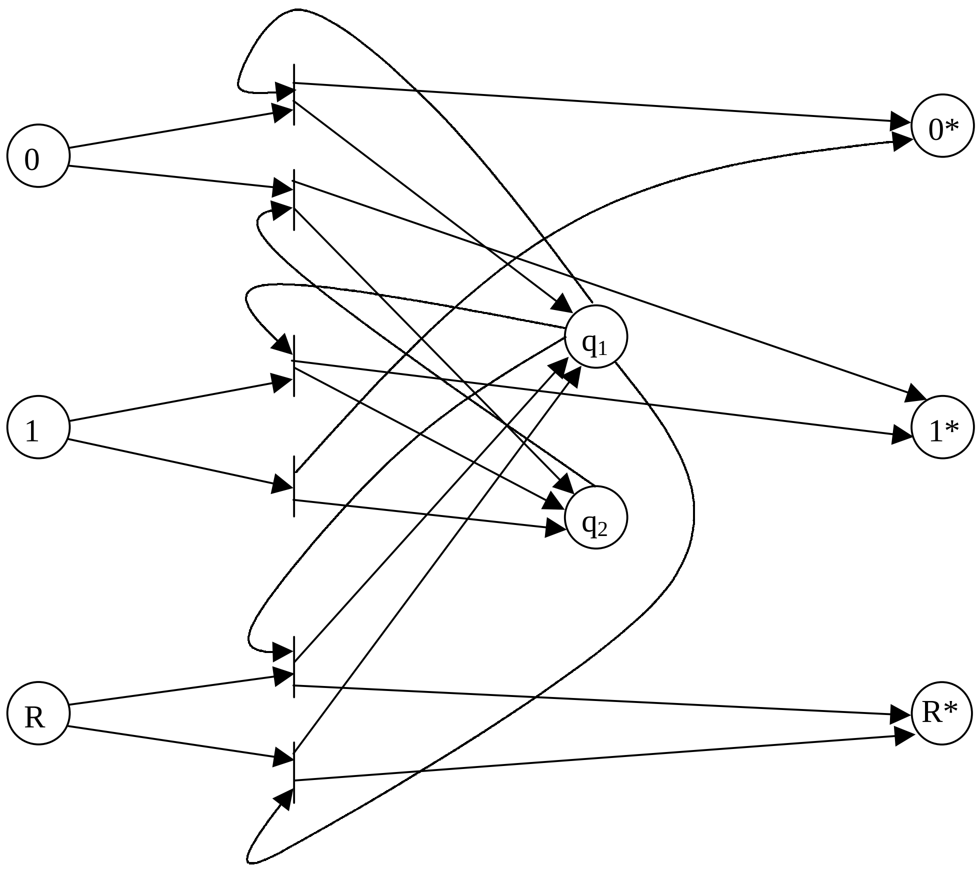
$$I = \begin{array}{c} \\ t \\ t_2 \\ t_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & 1 & 2 & z_1 & z_2 & z_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad O = \begin{array}{c} \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & 1 & 2 & z_1 & z_2 & z_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

7. Nariši PM za tvorbo komplementa dvojiškega števila.



{0,1,Reset}

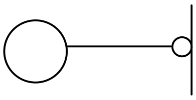
	q_1	q_2
0	q_1/0	q_2/1
1	q_2/1	q_2/0
R	q_1/R	q_1/R



8. Na osnovi inhibirnih vodil podaj PM za ekvivalenco treh logičnih spremenljivk.

$x,y,z \in \{0,1\}$

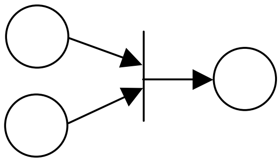
a) $x = y = z = 1$
b) $x = y = z = 0$



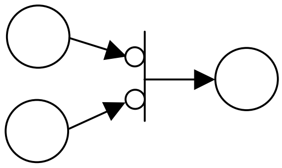
inhibirna povezava

akcija bo izpolnjena, ko pogoj ne bo izpolnjen

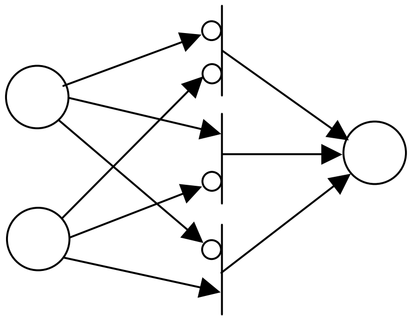
AND

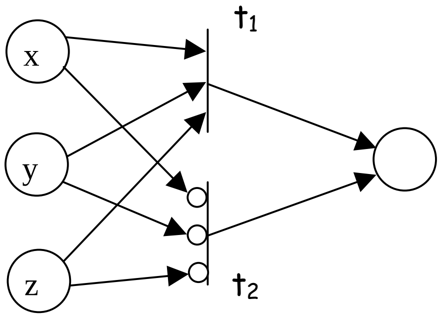


NOR



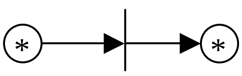
NAND

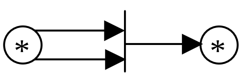




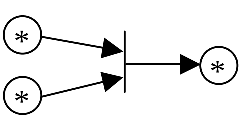
Vžig akcij:

- pogoj za vžig akcije so izpolnjeni vsi vhodni pogoji
- kadar je št. žetonov na vseh vhodnih pogojih ≥ ______ vhodnih povezav, pride do proženja.





1-0 ➔ 1-0
2-0 ➔ 0-1
1-1-0 ➔ 0-0-2



9. Kaj se zgodi, če

$$o(t) \rightarrow o'(t+1)$$
$$o'(t) = o + ??[j](0-1)$$

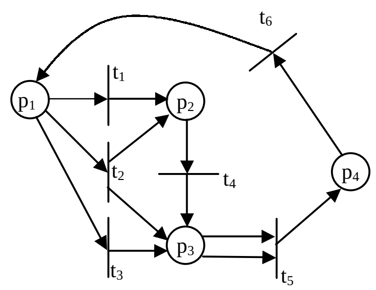
$$I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

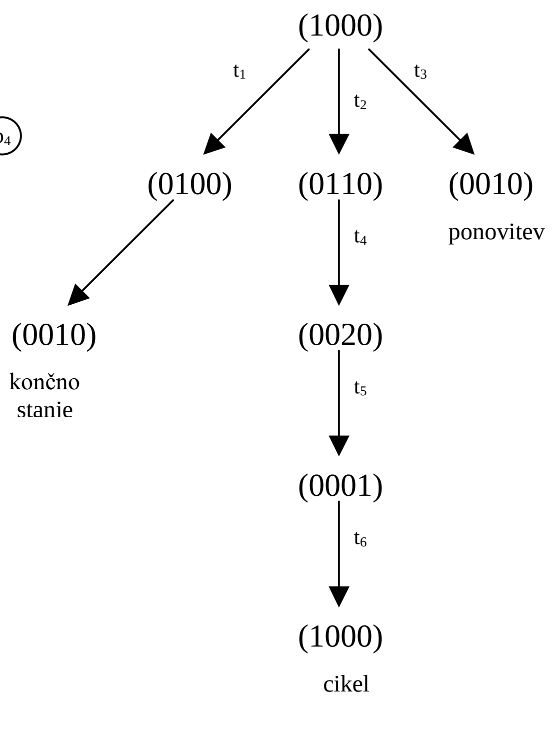
Kam nas pripelje proženje t_2 ob označitvi (1,1,1,1) ?

a) $t_2 : (1,1,1,1) \geq (0,1,0) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \geq (0,0,0,1)$

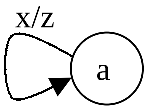
b) $o' = (1,1,1,1) + (0,1,0) \qquad \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = (1,1,1,1) + (0,2,1,-1) = (1,3,2,0)$

Katere tipe označitve lahko doseže mreža?

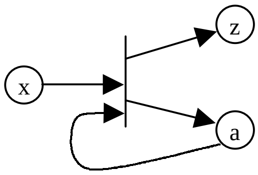




10. Dan je Mealyjev avtomat za tvorbo iteracij. Kako izgleda PM generator za tvorbo niza ZZZ?



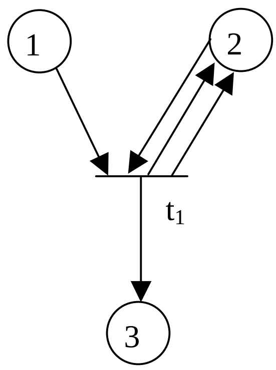
	a
x	a/z



(x,a,z) (x,a,z)
(3,1,0) → (0,1,3)

11. Formalno izračunaj izhodni vektor prehajanja O, če je prehajanje t vžgalo pri označitvi (5,3,4), po prehodu pa smo dosegli o'=(4,4,5), pri vhodnem vektorju I=(1,1,0). Napiši detajle te mreže.

$$o = o + e(j)(0 - 1)$$
$$(4,4,5) = (5,3,4) + 1(0 - (1,1,0)); \quad \rightarrow \text{ 1 akcija}$$
$$(-1,1,1) = 0 - (1,1,0) \quad \rightarrow \text{ 3 akcije}$$
$$o = (0,2,1)$$

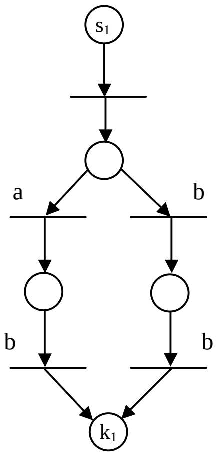


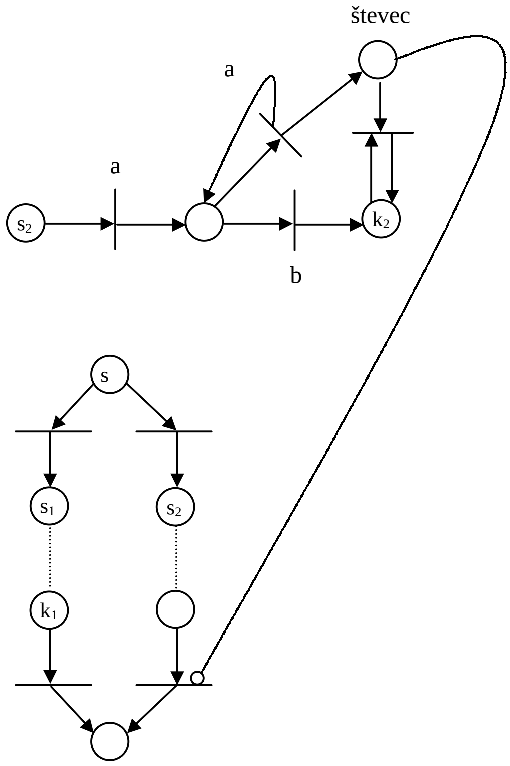
12. Določi PM za generiranje jezika L

$L = L_1 \cup L_2$

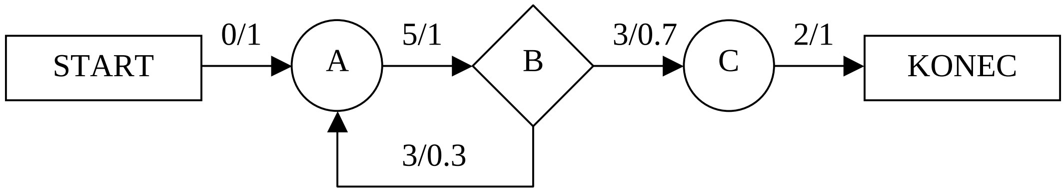
$L_1 = a(a+b)$ aab, abb

$L_2 = a^3 b^3, n \geq 1$ ab,_ab_

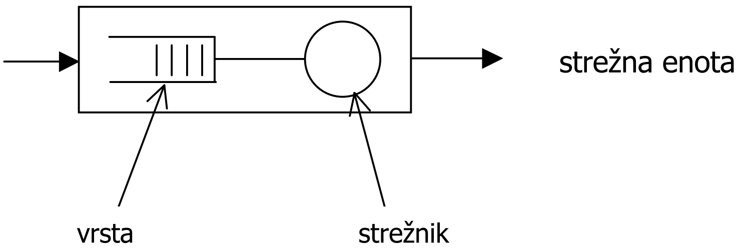




13. Kolikšen je povprečni čas izvajanja algoritma, pri čemer so ob poteh navedeni časi trajanja in verjetnosti izbrane poti?



14.

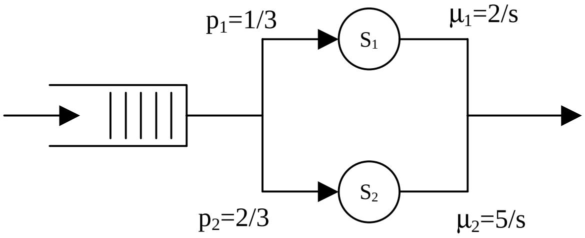


λ - intenziteta podajanja zahtev
μ - intenziteta procesiranja

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad \rightarrow \quad \text{uporabnostni faktor } \; 0 \le \rho \le 1$$

$$\overline{x} = \frac{1}{\mu} \quad \rightarrow \quad \text{čas servisiranja zahteve}$$

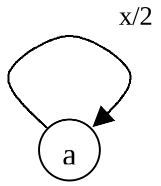
Kakšen je ρ strežne enote na sliki?

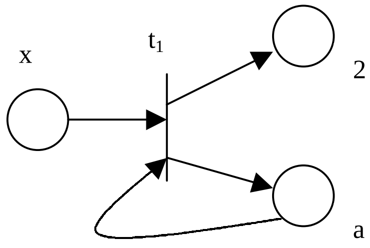


$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda\overline{x} = 3z/s \cdot \frac{3}{10}\frac{s}{z} = \frac{9}{10}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\mu_1} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\mu_2} = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} = \frac{5+4}{30} = \frac{3}{10}\frac{s}{z}$$

15. Dan je Mealyjev avtomat za tvorbo iteracij. Kako izgleda PM -generator za tvorbo niza 222?





16. Sistem je deloval 10 časovnih enot. Vstopilo je 8, izstopilo pa 7 zahtev.

1 : 0-1
2 : 1-3
3 : 1-2.5
4 : 2-4
5 : 2-5
6 : 6-7
7 : 7-9
8 : 8-11

17. Sistem D/D/1. Zaradi zastoja v vrsti se je nabralo N=60 zahtev. Pr ocesna zmogljivost x=t/4. Koliko zahtev se bo zvrstilo, da bo vrsta spet prazna?

x → povprečni čas procesiranja
t → čas med porojevanjem dveh zahtev

$$\left\lfloor \frac{n_0 \cdot x}{t} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{60 \cdot \cancel{1/4}}{t} \right\rfloor = 15$$

Ko bomo sprocesirali 60 zahtev, se bo pojavilo 15 novih. Toliko jih še os tane.

$$\left\lfloor \frac{15}{4} \right\rfloor = 3 \qquad \left\lfloor \frac{3}{4} \right\rfloor = 0$$

Število zahtev: 60 + 15 + 3 = 78

18. Procesor procesira zahteve z naslednjimi časi, verjetnostmi:

$$p(x_1) = \frac{1}{4} \qquad \mathrm{x}_1 = 1\mu_0$$

$$p(x_2) = \frac{1}{4} \qquad \mathrm{x}_2 = 100\mu_0$$

$$p(x_3) = \frac{3}{8} \qquad x_3 = 1000\mu_0$$

$$p(x_4) = \frac{1}{8} \qquad x_4 = 1000\mu_0$$

Kakšen je povprečni čas trajanja strežbe/zahteve?
Kolikšna je varianca strežbe in standardna deviacija strežbe?

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{4} x_i p_i(x_i) = 525\mu s$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{4} (x_i - \overline{x})^2 \cdot p(x_i) = \ldots \text{B}\, 226602$$

$$\sigma = \sqrt{226602} = 476$$

19. M/M/1: V povprečju se v sistemu nahaja 8 zahtev. Kakšna je verjetnost praznega sistema?

$$p_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \rho$$

$$\bar{N} = \frac{\rho}{1-\rho} \qquad 8 = \frac{\rho}{1-\rho} \qquad \rho = \frac{8}{9}$$

$$p_0 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

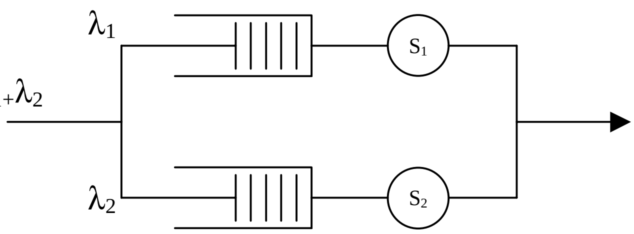
20. M/M/1: Kakšna je standardna deviacija za število zahtev v strežni enoti, če je verjetnost dveh zahtev v enoti p_2=0.1?

$$p_k = (1-\rho) \cdot \rho^k$$

$$\sigma_N = \frac{\sqrt{\rho}}{(1-\rho)} \qquad 0.1 = (1-\rho) \cdot \rho^2$$

21. Kakšen je povprečni čas prebivanja v strežni mreži, če je:

$$\lambda_1 = 0.5z/s$$
$$\lambda_2 = 2z/s$$
$$\rho_1 = 0.5$$
$$\rho_2 = 0.7$$



Littlovo pravilo: $\bar{T}_i = \dfrac{1}{\mu_i - \lambda_i}$ $\qquad \bar{T} = \dfrac{\lambda_1 \bar{T}_1 + \lambda_2 \bar{T}_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)}$

$$\bar{T}_i = \frac{1/\lambda_1}{1/\rho_1 - 1} \qquad \bar{T}_1 = \frac{2z/s}{2-1} = 2 \qquad \bar{T}_2 = \frac{1/2}{1/0.7 - 1} = 1.17$$

22. Imamo tri enostavne strežne enote vezane paralelno. Verjetnost izbire poti p_1=0.1, p_2=0.5 in p_3=0.4. Vsaka strežna enota je tipa M/M/1. Na vhodu v paralelni blok imamo λ=10z/s. Prvi strežnik μ_1=2z/s, drugi $\mu_2=2\mu_1$, tretji $\mu_3=3\mu_1$.

$$\overline{T} = ?$$

$$\overline{T} = p_1\overline{T}_1 + p_2\overline{T}_2 + p_3\overline{T}_3 \qquad \overline{T}_i = \frac{1}{\mu_1 - \lambda_i}$$

$$\overline{T}_1 = \frac{1}{\mu - \lambda p_1} \qquad \overline{T}_2 = \frac{1}{2\mu - \lambda p_2} \qquad \overline{T}_3 = \frac{1}{3\mu - \lambda p_3}$$

$$\overline{T} = 0.8s/z$$

23. Omahljiv sistem

$\mu_k = \mu$ intenzivnost je neodvisna od k

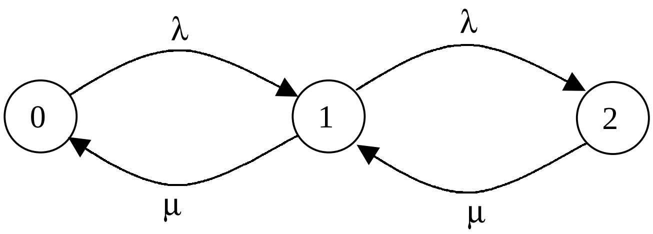
$$\lambda_k = \frac{a}{k+1}$$

V omahljivem sistemu nas zanima kako pada intenzivnost λ,
če je povprečen čas bivanja zahteve v sistemu 5s in povprečni strežni čas 2z/s

$$\overline{T} = \frac{\overline{N}}{\lambda} = \frac{a}{\mu^2(1-e^{-\frac{a}{\mu}})} \qquad \mu = 0.5z/s \quad \text{oz.} \quad \overline{T} = 5s/z$$

$$5 = \frac{a}{\frac{1}{4}(1-e^{-2a})} = a \approx 1.2$$

24. Nariši diagram prehajanja stanj za rojstno smrtni sistem s karakteristiko M/M/1/2 in izračunaj verjetnost prve zahteve v sistemu.



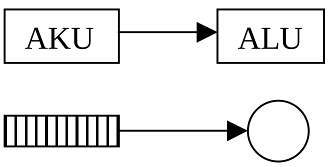
$$p_k = \frac{1-\dfrac{\lambda}{\mu}}{1-\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1}} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} \cdot \rho^k$$

$$p_1 = \frac{1-\rho}{1-\rho^3} \cdot \rho$$

k = št.zahtev v sistemu

K = maks. št. zahtev v sistemu

25. Z vidika strežne enote nas zanima povezava akumulatorja in ALU enote pri eksponentni porazdelitvi. Kakšna je verjetnost zasedenosti ALU enote pri ρ=0.5?

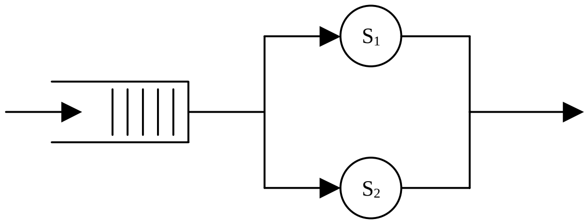


$$p_k = p_0 \rho^k \frac{1}{k!}$$

$$p_1 + p_2 = 1 - p_0 \qquad p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m} \rho^k \frac{1}{k!}} \qquad \text{m=K}$$

$$\mathrm{p}_0 = \frac{1}{1+\rho} = \frac{2}{3} \qquad 1 - p_0 = \frac{1}{3}$$

26. Imamo dva procesorja (μ=100z/s). Zahteve prihajajo z intenzivnostjo 10z/s in se lahko procesirajo na enem ali drugem procesorju. Kakšna je verjetno st, da je eden od procesorjev zaseden, če so v sistemu lahko največ štiri zahteve?



M/M/2/2

$$\rho = \frac{10}{100} \qquad m = 2$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m} \rho^k \frac{1}{k!}} = \frac{1}{1-\rho+\frac{\rho^2}{2}} = 0.905 \qquad p_k = p_0 \rho^k \frac{1}{k!}$$

$$p_1 = p_0 \rho = 0.0905$$

27. Imamo strežno enoto M/M/3, za katero smo izmerili, da prebivata v njej povprečno dve zahtevi. Kakšna je verjetnost, da v strežni enoti ni zahteve pri ρ=0.5?

$$m = 3 \qquad M/M/m$$

$$\rho = 0.5$$

$$\underline{\bar{N} = 2} \qquad \bar{N} = m\rho + \frac{p_0 \cdot \rho (m\rho)^m}{m! \cdot (1-\rho)^2}$$

$$p_0 = ?$$

$$\frac{(\bar{N} - m\rho)\cdot m! \cdot (1-\rho)^2}{\rho \cdot (m\rho)^m} = p_0 = \frac{0.5 \cdot 6 \cdot 0.25}{0.5 \cdot \frac{27}{8}} = \frac{4}{9}$$

28. Pri dveh strežnikih smo dosegli verjetnost zasedenosti strežbe p=0.07. Kakšen je faktor uporabnosti strežne enote?

$m = 2$ $\qquad\qquad M/M/2/2$

$p_2 = 0.07$

$$p_K = p_0 \rho^K \cdot \frac{1}{K!} \qquad\qquad p_2 = p_0 \rho^2 \frac{1}{2!} = 0.7$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{K=0}^{m} \rho^K \frac{1}{K!}} = \frac{1}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{2}}$$

$$0.7 = \frac{\rho^2}{2} \cdot \frac{1}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{2}} \qquad\qquad \rho = 5.51$$

29. Kakšna je verjetnost zasedenosti vseh treh strežnikov tipa M v strežni enoti, za katero velja:

$$\rho = \frac{1}{2}$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{K=0}^{m} \frac{\rho^K}{K!}} \qquad\qquad p_3 = p_0 \frac{\rho^3}{3!}$$

$$m = 3 \qquad\qquad p_0 = \frac{1}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho^3}{6}} = \frac{48}{79}$$

$$\underline{p_K = p_0 \frac{\rho^K}{K!}} \qquad\qquad p_3 = \frac{48}{79} \cdot \frac{\frac{1}{8}}{6} = \frac{1}{79}$$

30. Kakšno je povprečno število zahtev, ki se naberejo v sistemu M/D/1 pri strežnem času 1s/z in intenzivnosti vhoda 0.5z/s?

$\lambda = 0.5z/s$

$\underline{\bar{x} = 1s/z}$ $\qquad \bar{N} = \rho + \rho^2 \dfrac{1 + C_B{}^2}{2 \cdot (1-\rho)}$ $\leftarrow$ velja za vse vrste sistemov

neodvisno od porazdelitve

$\rho = \lambda \cdot \bar{x} \rightarrow$ posplošimo $C_B{}^2 = 0$

$$\bar{N} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1+0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

31. Kakšen je čas čakanja v D/D/1 sistemu, če je v njem strežni čas 2s in vhodna intenzivnost 0.3z/s?

$\bar{x} = 2s/z$

$\lambda = \dfrac{3}{10} \dfrac{z}{s}$

$W = \rho \cdot \bar{x} \dfrac{1 + C_B{}^2}{2 \cdot (1-\rho)}$ $\qquad \rho = \bar{x} \cdot \lambda = \dfrac{6}{10}$

$C_B{}^2 = 0 \quad \leftarrow$ ker imamo determinističen sistem

$$W = \frac{6}{10} \cdot \frac{2s}{z} \cdot \frac{1 \cdot 10}{8} = \frac{3}{2} \sec/z$$

32. Faktor uporabnosti strežne enote M/6/1 je ρ=0.6. Kakšen je faktor variacije, če je povprečen čas čakanja 2 sekundi?

$$W = 2\,\mathrm{sec}/z$$
$$\overline{x} = 1\,\mathrm{sec}/z$$
$$\underline{\rho = 0.6} \qquad\qquad \frac{2\cdot(1\text{-}\rho)}{\rho\cdot\overline{x}} - 1 = C_B^{\;2}$$

$$C_B^{\;2} = \frac{2\cdot\frac{4}{10}\cdot 2\,\mathrm{sec}/z}{\frac{6}{10}\cdot 1\,\mathrm{sec}/z} - 1 = \frac{5}{3}$$

33. Imamo dva strežnika vezana sekvenčno. Kakšen je faktor variacije za nadomestni strežnik?

$$C_x^{\;2} = \frac{\delta^2}{\overline{x}^2}$$

$$C_x^{\;2} = \frac{\delta_1^{\;2}(x) + \delta_2^{\;2}(x)}{(\overline{x}_1 + \overline{x}_2)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\mu_i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\mu_i}\right)^2} \qquad \text{n = število strežnikov}$$

$n = 2:$

$$C_x^{\;2} = \frac{\left(\frac{1}{\mu_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{4\mu_1^{\;2}}\right)}{\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{2\mu_1}\right)^2} = \frac{4+1}{(2+1)^2} = \frac{5}{9}$$

34. Kakšna je standardna deviacija za strežbo, če v M/ /1 deluje ta zaporedno vezana eksponentna strežnika μ_1=5, μ_2=10z/s. Kakšna je gostota verjetnosti strežnega časa Erlangovega strežnika?

$$a)\ \rho_x = \rho_{x_1} + \rho_{x_2} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

$b)$ verjetnostna porazdelitev strežbe

- zaporedna vezava $B(s) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\mu_i}{s+\mu_i}$

- vzporedna vezava $B(s) = \prod_{i=1}^{q} a_i \frac{\mu_i}{s+\mu_i}$

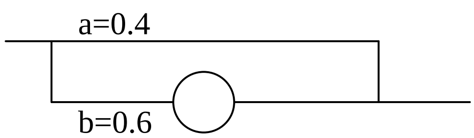
$c)$ iščemo gostoto verjetnosti

$$B(s) = \frac{5}{(s+5)} \cdot \frac{10}{(s+10)} = \frac{1}{\left(\frac{s}{5}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}} = 10 \qquad \alpha_1 = 5, \quad \alpha_2 = 10$$

$$b(t) = 10 \cdot \left(e^{-5t} - e^{-10t}\right)$$

35. Kakšna je gostota porazdelitve strežbe za:

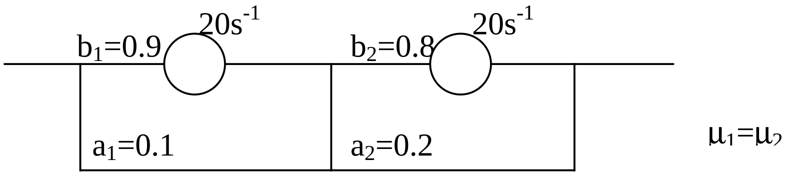


$$B(s) = a_1 + \sum_{i=1}^{n} \left(b_1 b_2 ... b_i a_{i+1} \cdot \prod_{j=1}^{i} \frac{\mu_j}{s+\mu_j} \right)$$

$$B(s) = a + b\frac{\mu}{s+\mu} = 0.4 + 0.6\frac{\mu_i}{s+\mu_j}$$

$$b(t) = \delta(t) \cdot 0.4 + 0.6\mu e^{-\mu t}$$

36. Dana je sekvenčna vezava procesorjev, ki procesirata po eksponentni porazdelitvi. Kakšna je verjetnost porazdelitve strežbe in kakšna je gostota porazdelitve strežbe?

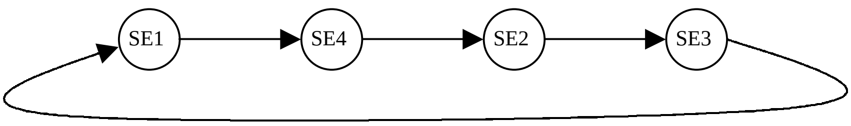


$$B(s) = a_1 + b_1 a_2 \frac{\mu_1}{s+\mu_1} + b_1 b_2 \frac{\mu_1 b_2}{(\mu_1 + s)\cdot(\mu_2 + s)}$$

$$b(t) = a_1 \delta(t) + b_1 a_2 \mu e^{-\mu t} + b_1 b_2 \mu^2 + e^{-\mu t}$$

$$b(t) = \frac{\delta(t)}{10} + 3.6e^{-20t} + 288te^{-10t}$$

37. Narišite vsa možna stanja za zaprto strežno mrežo, v kateri so 4 SE in 3 zahteve.



$N = 4$
$k = 3$

$$n = \binom{N+k-1}{N-1} = \frac{6!}{3!} = 20 \equiv \text{ število stanj sistema}$$

38. V sistemu LCFS smo izmerili odvisnost prekrivanja programa od njegove dolžine T(x)=1.22x. Kakšna je povprečna dolžina periode zasedenosti vrste, če je vhodni promet 2 prog/sec?

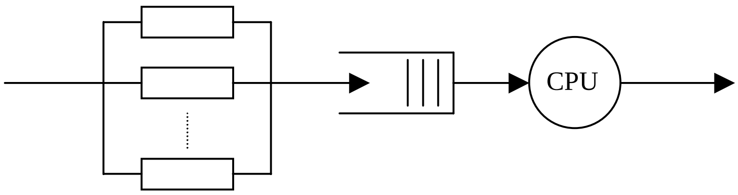
$g(x) = \frac{x}{1-\rho}$ $\rightarrow$ povp.dolžina periode zasedenosti vrste

x $\rightarrow$ čas procesiranja

$1.22x = \frac{x}{1-\rho}$ $\qquad \rho = 0.18$

$\rho = \lambda x$ $\qquad x = \frac{\rho}{\lambda} = \frac{0.18}{2} = 0.09$ $\qquad g(x) = \frac{0.09}{1-0.18} = 0.11$

39. Število terminalov je 10. Kakšen je čas premišljanja terminala, če je povprečni strežni čas 2s?



$\overline{x} = 2\,\text{sec}$

$M = \frac{\lambda + \mu}{\lambda} = 10$ $\qquad \lambda = \frac{\mu}{9} = \frac{1}{18}$ $\qquad \overline{t} = \frac{1}{\lambda} = 18\,\text{sec}$

40. Kritična točka v interakcijskem sistemu nastopi pri 20 terminalih, pri čemer je čas razmišljanja 20sec. Kakšna je intenzivnost procesiranja s strani procesorja? kakšen je faktor uporabnosti pri desetih terminalih?

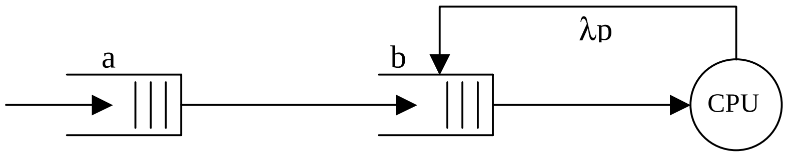
$$M' = \frac{\lambda + \mu}{\lambda} = \frac{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\mu}} \qquad \rho = \frac{M\lambda}{\mu} = \frac{10\frac{1}{20}}{\frac{19}{20}} = \frac{10}{19}$$

$$M' = 20$$

$$\bar{t} = 20\sec \qquad 20 = \frac{\frac{1}{\mu} + 20}{\frac{1}{\mu}} \qquad \frac{19}{\mu} = 20 \qquad \mu = \frac{19}{20}$$

41. Kakšen je delež RR načina delovanja v sebičnem sistemu procesiranja, če je intenzivnost vstopajočih zahtev 3z/s pri prioriteti 2 in je povratna intenzivnost vstopanja 1z/s pri x (povp.strežni čas) = 1/3 sec?

$$\lambda = 3z/s$$
$$\lambda_p = 1z/s$$
$$\bar{x} = \frac{1}{3}\sec$$
$$\underline{a = 2}$$



$$T(x) = \frac{\frac{b}{a}}{1-\rho_p} T_{FCFS}(x) + \left(1 - \frac{\frac{b}{a}}{1-\rho_p}\right) \cdot T_{RR}(x)$$

$$\lambda_p = \lambda \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right) \qquad \frac{\lambda_p}{\lambda} = 1 - \frac{b}{a} \qquad \rho_p = \frac{\lambda_p}{\mu} = \frac{1}{3} \qquad \frac{b}{a} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$1 - \frac{\frac{2}{3}}{1-\rho_p} = 0 \equiv \text{ delež RR}$$

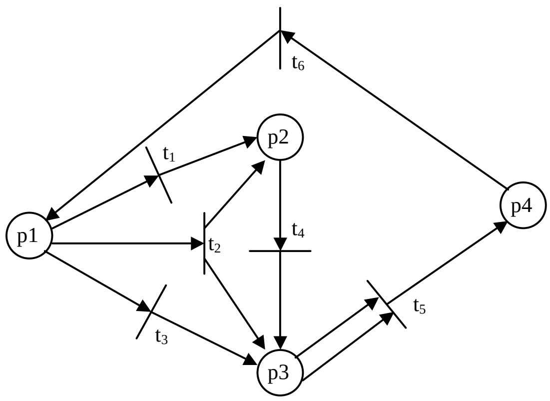
42. Dana je Petrijeva mreža:

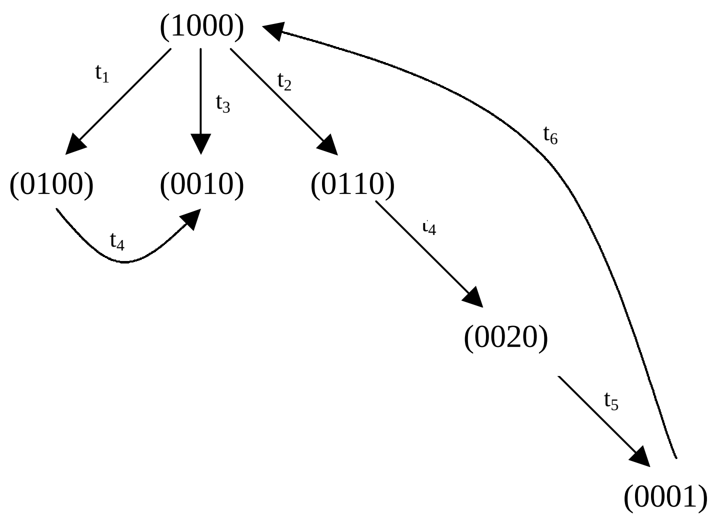
$I(t_1) = \{P_1\}$ $O(t_1) = \{p_3\}$
$I(t_2) = \{P_2\}$ $O(t_2) = \{p_3\}$
$I(t_3) = \{P_3\}$ $O(t_3) = \{p_4\}$
$I(t_4) = \{P_4\}$ $O(t_4) = \{p_3\}$

Iz danih vhodnih in izhodnih množic (ne iz Petrijeve mreže) izračunajte vhodne množice $I(p_i)$ in izhodne množice $O(p_i)$.

$I(p_1) = \varnothing$ $O(p_1) = \{t_1\}$
$I(p_2) = \varnothing$ $O(p_2) = \{t_2\}$
$I(p_3) = \{t_1, t_2, t_4\}$ $O(p_3) = \varnothing$
$I(p_4) = \{t_3\}$ $O(p_4) = \{t_4\}$

43. Kakšno drevo dosegljivosti nam daje Petrijeva mreža:





©Bob

44. Dani sta matriki PN

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D^{+1} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

pri vektorjih $\vec{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4)$ in $\vec{t} = (t_1, t_2, t_3)$. Začetno stanje je o=1,1,1,1. Kakšno je naslednje stanje mreže, če vžge prehajanje t_3?

$$D = D^{+} - D^{-} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad e_3 = (0,0,1)$$

$$o' = o + e_j D$$

$$o' = (1,1,1,1) + (0,0,1) \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = (1,1,1,1) + (0,0,0,0) = (1,1,1,1)$$

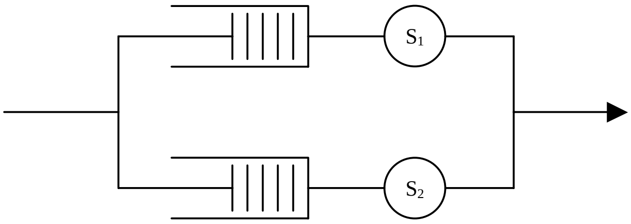
45. Uporabnostni faktor omahljivega računalniškega sistema je 0.5. Kakšen je povprečen čas prebivanja programa v sistemu, če procesor obdela v povprečju 2 programa na sekundo?

$$\mu = 2p/s$$
$$\rho = 0.5$$
$$\overline{T} = ?$$

$$\rho = 1 - e^{-\frac{a}{\mu}} \qquad 0.5 = e^{-\frac{a}{\mu}} \qquad \ln 0.5 = -\frac{a}{\mu} \qquad \frac{a}{\mu} = 0.693$$

$$\overline{T} = \frac{\overline{N}}{\lambda} = \frac{\frac{a}{\mu}}{\lambda} \qquad \lambda = \rho\mu = 1 \quad \Rightarrow \quad \overline{T} = \frac{0.693}{1} = 0.693\sec$$

46. Kakšen je povprečni čas prebivanja v strežni mreži



če je λ_1=0.5 in λ_2=2 zahtevi/sek pri faktorjih uporabnosti ρ_1=0.5 in ρ_2=0.7?

$\mu_1 = 1$ $\qquad\qquad$ $\mu_2 = 2.857$

$T_1 = \frac{1}{1-0.5} = 2$ $\qquad\qquad$ $T_2 = \frac{1}{2.857-2} = 1.167$

$\overline{T} = p_1 T_1 + p_2 T_2 = 3.167\,\text{sec}$

47. Kakšni sta verjetnosti dogodkov x in y, če sta to edina možna dogodka in sta pogojni verjetnosti p(y|x)=1/5 in p(x|y)=1/8?

$p(y\,|\,x)\cdot p(x) = p(x\,|\,y)\cdot p(y)$ $\qquad\qquad$ $p(x) + p(y) = 1$

$\frac{1}{5}p(x) = \frac{1}{8}p(y)$

$\frac{1}{5}p(x) = \frac{1}{8}\left(1 - p(x)\right)$

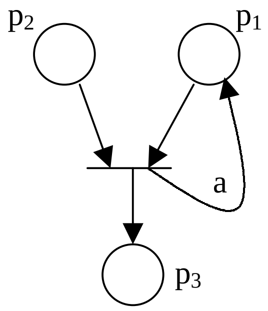
$\frac{1}{5}p(x) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8}p(x) \quad /\cdot 40$

$8p(x) = 5 - 5p(x)$

$13p(x) = 5$

$p(x) = \frac{5}{13}$ $\qquad$ $p(y) = \frac{8}{13}$

48. Napiši množico besed, ki jih lahko generira PM pri začetnem stanju (2,3,0). Če ima mreža terminalno stanje, ga zapišite.



$$
\begin{array}{l}
2\ 3\ 0 \\
\downarrow a \\
2\ 2\ 1 \\
\downarrow a \\
2\ 1\ 2 \\
\downarrow a \\
2\ 0\ 3 \quad \text{terminalno stanje}
\end{array}
$$

$$L = \{\lambda, a, a^2, a^3\}$$

49. V M/M/1 sistemu imamo povprečno 5 zahtev. Kakšna je verjetnost nezasedenega sistema?

$$\overline{N} = 5 = \frac{\rho}{1-\rho} \qquad \rho = \frac{5}{6}$$

50. Kakšna je standardna deviacija za število zahtev v strežni enoti M/M/1, če je verjetnost dveh zahtev v enoti p_2=0.1?

$$p_2 = (1-\rho)\cdot\rho^2 = \rho^2 - \rho^3 = 0.1$$

$$\rho^3 - \rho^2 + 0.1 = 0$$

$$\sigma_N = \frac{\sqrt{\rho}}{1-\rho}$$