

OSNOVE VERJETNOSTI IN STATISTIKE:

6. DOMAČA NALOGA

1. naloga

Dva strelca streljata na tarčo. Prvi zadane z verjetnostjo $\frac{1}{3}$ drugi pa z verjetnostjo $\frac{1}{4}$. Naj bo slučajna spremenljivka X število zadetkov (oba strelca streljata enkrat). Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in standardni odklon $\sigma(X)$.

2. naloga

Hkrati vržemo dve kocki. Slučajna spremenljivka X ima vrednost 1, če je produkt števila pik na obeh kockah sodo število in 0 sicer, slučajna spremenljivka Y pa ima vrednost 1, če je vsota števila pik na obeh kockah sodo število in 0 sicer.

1. Določi porazdelitve slučajnih spremenljivk X in Y ter porazdelitveno shemo za slučajni spremenljivki X in Y .
2. Ali sta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni? Določi kovarianco slučajnih spremenljivk $K(X, Y)$.

3. naloga

V posodi imamo 5 kovancev po en tolar, 3 kovanice po dva tolarja in 1 kovanec za 5 tolarjev. Iz posode izberemo en kovanec in njegovo vrednost označimo z X_1 , nato pa še drugi kovanec in njegovo vrednost označimo z X_2 (prvega kovanca ne vrnemo v posodo).

1. Določi porazdelitve slučajnih spremenljivk X_1 in X_2 ter porazdelitveno shemo za slučajni spremenljivki X_1 in X_2 .
2. Ali sta slučajni spremenljivki X_1 in X_2 neodvisni? Izračunaj kovarianco $K(X_1, X_2)$.

$$1.) X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{12} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\frac{157}{144}} = \underline{\underline{1,0441}}$$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{5}{12} + 2 \cdot \frac{1}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{12}}}$$

$$D(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{5}{12} + 4 \cdot \frac{1}{12} - \left(\frac{7}{12}\right)^2 = \frac{157}{144}$$

2) 1) $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{9}{36} & \frac{27}{36} \end{pmatrix}$

$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{18}{36} & \frac{18}{36} \end{pmatrix}$

$X \backslash Y$	0	1	
0	0	$\frac{9}{36}$	$\frac{9}{36}$
1	$\frac{28}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{27}{36}$
	$\frac{18}{36}$	$\frac{18}{36}$	1

2) $K(x,y) = E(xy) - E(x)E(y)$
 $= \frac{9}{36} - \frac{27}{36} \cdot \frac{18}{36} = -\frac{1}{8} \quad E(xy) \neq E(x)E(y)$

niezależni

3.) 1) $X_1 \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ \frac{3}{9} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$
 $X_2 \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$

$X \backslash Y$	1	2	5	
1	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{72}$	$\frac{5}{9}$
2	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{3}{9}$
5	$\frac{5}{72}$	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{1}{9}$
	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	

2)

$E(xy) \neq E(x)E(y)$

$2 \frac{35}{36} \neq \frac{32}{9}$

niezależni

$E(xy) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{5}{18} + 1 \cdot 2 \cdot \frac{5}{24} + 1 \cdot 5 \cdot \frac{5}{72} +$
 $2 \cdot 1 \cdot \frac{5}{24} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{12} + 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{24} + 5 \cdot 1 \cdot$
 $\frac{5}{72} + 5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{24} + 5 \cdot 5 \cdot 0 =$

$= 2 \frac{35}{36} = \underline{\underline{2,97}}$

$K(x,y) = E(xy) - E(x)E(y)$
 $= \frac{107}{36} - \frac{32}{9} = \underline{\underline{0,583}}$