

Osnove verjetnosti in statistike - 1. naloga

4. marec 2010

1 Naloga

V posodi so 3 rdeče in 5 belih kroglic. Na slepo izvlečemo dve kroglici.

1. Kolikšna je verjetnost, da sta obe izvlečeni kroglici beli?

Da v prvo izvlečemo belo kroglico je verjetnost $\frac{5}{8} = 0,625$. Sedaj ostanejo še 4 bele kroglice, vseh skupaj pa je 7. Verjetnost, da bi v drugo izvlekli belo kroglico je sedaj $\frac{4}{7} \cong 0,571$. Verjetnost, da bi izvlekli dve beli kroglici je tako $\frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 7} = \frac{5}{14} \cong 0,357$.

2. Kolikšna je verjetnost, da sta kroglici različnih barv?

Verjetnost, da izvlečemo dve rdeči kroglici je $\frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 7} = \frac{3}{28} \cong 0,107$. Verjetnost za izvlek kroglic različnih barv dobimo tako, da od 1 odštejemo verjetnost za izvlek dveh belih ali dveh rdečih kroglic: $1 - (0,357 + 0,107) = 0,536$.

2 Naloga

Iz cifr 2, 3, 5 in 6 sestavljamo trimestna števila, pri čemer se lahko cifre ponavljajo.

1. Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 400.

Če za prvo števk izberemo 2 ali 3, bo število manjše od 400, če pa izberemo 5 ali 6 pa bo večje, ne glede na to kateri dve števki potem sledita. Tako je verjetnost, da bo število manjše od 400 enaka 0,5.

2. Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 355.

Števila, ki se začnejo s števk 2 so vsa manjša. Verjetnost za taka števila je $\frac{1}{4} = 0,25$. Števila, ki se začnejo z 32 in 33 so tudi vsa manjša.

Verjetnost za taka števila je $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 0,125$. Preostaneta še števili 352, 353. Verjetnost zanju je $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 0,03125$. Skupna verjetnost je seštevek posameznih, kar znaša 0,40625. in še 352, 353.

3. Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število sodo.

Število je sodo, ko je zadnja številka deljiva z 2. Na voljo imamo 2 od 4 takih števk, kar pomeni, da je verjetnost enaka 0,5.

4. Določi verjetnost, da sodi številki stojita skupaj.

Imamo 3 ustrezne možnosti (SSS, SSL in LSS) in 5 neustreznih (LLL, SLS, LLS, LSL in SLL). Vsaka posebaj ima enako možnost biti izbrana. Zato je verjetnost, da sta sodi številki stojita skupaj enaka $\frac{3}{8} = 0,375$.

Še vedno sestavljamo 4 mestna števila!

3 Naloga

Pri igri Človek ne jezi se otroci na začetku mečejo kocko dokler ne pade šestica, a največ trikrat. Kolikšna je verjetnost uspešnega poskusa?

Imamo tri možnosti: šestico vržemo v prvem poskusu, šestico vržemo v drugem poskusu ali pa šestico vržemo v tretjem poskusu. Če šestico vržemo šele v drugem ali tretjem poskusu, potem moramo v teh primerih prej vreči enkrat (ali dvakrat) ne-šestico. na koncu je verjetnost tako enaka: $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cong 0,421$

Banič Žiga

1. V posodi so 3 rdeče in 5 belih kroglic. Na slepo izvlečemo dve kroglici.

(a) Kolikšna je verjetnost, da sta obe izvlečeni kroglici beli?

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5}{2} = 10 \text{ - obe kroglici sta beli}$$

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 \text{ - izvlečemo 2 kroglici}$$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = 0,35 \text{ ...verjetnost je 35%}$$

(b) Kolikšna je verjetnost, da sta kroglici različnih barv?

Izberemo eno iz rdečih in črnih kroglic.

$$P(B) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{3 \cdot 5}{28} = 0,53 \text{ ... verjetnost je 53%}$$

2. Iz cifer 2,3,5 in 6 sestavljamo štirimestna števila, pri čemer se lahko cifre ponavljajo.

Vseh kombinacij je $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$

(a) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 4000.

4000 = prva cifra je lahko 2 ali 3, ostale pa katerakoli:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{256} = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} \text{verjetnost je 50%}$$

(b) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 3555.

3555 = če je prva cifra 2, so ostale katerekoli (4 kombinacije) + če je prva 3, druga 2 ali 3, so zadnje dve katerekoli (4 kombinacije) + prva 3, druga 5, tretja 2 ali 3, je zadnja katerakoli + prva 3, druga in tretja 5, četrta 2 ali 3

$$P(A) = \frac{(1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) + (1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4) + (1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4) + (1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2)}{256} = \frac{106}{256} = 0,41 \text{ ... verjetnost je 41%}$$

(c) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število sodo.

Prva, druga in tretja je lahko katerakoli, zadnja pa samo dve (2 in 6)

$$P(A) = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2}{256} = \frac{128}{256} = 0,5 \text{ ... verjetnost je 50%}$$

(d) Določi verjetnost, da sodi števili stojita skupaj.

Izberemo nasprotni dogodek....sodi števili nista sosedi

$$\begin{aligned} \text{Kombinacije} &= (3 \text{ ali } 5) * (2,3,5,6) * (3 \text{ ali } 5) * (2,3,5,6) + (2 \text{ ali } 6) * (3 \text{ ali } 5) * \\ &\quad (2 \text{ ali } 6) * (3 \text{ ali } 5) + (2 \text{ ali } 6) * (3 \text{ ali } 5) * (3 \text{ ali } 5) * (2,3,5,6) + (3 \text{ ali } 5) * (2 \text{ ali } 6) * \\ &\quad (2 \text{ ali } 6) * (3 \text{ ali } 5) + \dots \\ &= 2 * 4 * 2 * 4 + 2 * 2 * 2 * 2 + 2 * 2 * 2 * 4 = 112 \end{aligned}$$

$$P(A') = \frac{112}{256} = 0,4375$$

$$P(A) = 1 - 0,4375 = 0,5625 \text{ verjetnost je 56%}$$

3. Pri igri Človek ne jezi se otroci na začetku mečejo kocko dokler ne pade šestica, a največ trikrat. Kolikšna je verjetnost uspešnega poskusa?

Vseh kombinacij = $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Izberemo nasprotni dogodek....ne pade 6 (imamo samo števila 1,2,3,4,5).

Vseh nasprotnih kombinacij (brez šestice) = $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

$$P(A') = \frac{125}{216} = 0,578$$

$$P(A) = 1 - 0,578 = 0,422 \text{ verjetnost je 42%}$$

1. V posodi so 3 rdeče in 5 belih kroglic. Na slepo izvlečemo dve kroglici.
 - (a) Kolikšna je verjetnost, da sta obe izvlečeni kroglici beli?
 - (b) Kolikšna je verjetnost, da sta kroglici različnih barv?
2. Iz cifr 2,3,5 in 6 sestavljamo štirimestna števila, pri čemer se lahko cifre ponavljajo.
 - (a) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 4000.
 - (b) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število manjše od 3555.
 - (c) Določi verjetnost, da je tako sestavljeno število sodo.
 - (d) Določi verjetnost, da sodi števili stojita skupaj.
3. Pri igri Človek ne jezi se otroci na začetku mečejo kocko dokler ne pade šestica, a največ trikrat. Kolikšna je verjetnost uspešnega poskusa?

1.) a) A - obe izvlečeni kroglici sta beli

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

b) B - ena bela druga rdeča

$$P(B) = \frac{\binom{3}{1} \binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{15}{28}$$

2.) a) A - število je manjše od 4000

$$P(A) = \frac{4^3}{4^4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

b) B - število je manjše od 3555

$$P(B) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{9}{32}$$

a) ?

3) $P(A) = 1 - \frac{5^3}{6^3} = 1 - \frac{125}{216} = 0,421$

ZAVRŽENO!!

3. Pada uji t-terhadap uji-pada uji dengan rumus-tersebut. Berapa derajat kebebasan yang digunakan? Berikan jawaban yang tepat!

a) $t = \frac{(1)}{(1)} = \#$ ✓

b) $t = \frac{(2)}{(2)} = \#$ ✓

c) $t = \frac{(1)(1) + (1)(1)}{2} = \#$ //

d) $t = \frac{(1)(1)}{2} = \#$ //

e) $t = \frac{(1)(1) + (1)(1)}{2} = \#$ //

f) $t = \frac{2}{2} = \frac{2}{2}$ //

atau 100, 100, 200
atau 200, 200, 400

g) $t = \frac{(1) + (1) + (1)}{3} = \#$ //

jumlahnya 200



zavrženo!

1.

1) $f(x) = \frac{2}{3} \neq \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ ✓

2.

1) $m = k$
 $f(x) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ ✓

$11 = 11.5$

2) $m = 10$
 $f(x) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ //

3.

$\frac{10}{11} = \frac{10}{11.5} = 0.87$ //

